ПЕРЕНОС ТЕПЛА ЗА СЧЕТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И КОНВЕКЦИЙ

Гуллола Мухидова Эркиновна
Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова,
Факультет цифровых технологий,
2 курс Магистр прикладной математики (по направлениям)
lola_8803@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В этой статье я описал тепловую силу конвекции на примере распределения тепла в грудине. Я использовал метод конечных элементов для определения распределения тепла в стержне.

Ключевые слова: конвекция, теплопроводност,перенос тепло, метода конечных элементов

HEAT TRANSFER DUE TO THERMAL CONDUCTIVITY AND CONVECTION

ABSTRACT

In this paper, I have described the heat force due to convection in the example of heat distribution in a sternum. I used the finite element method to determine the heat distribution in the rod.

Keywords: convection, thermal conductivity, heat transfer, finite element method

В этой работе будет рассмотрено применение метода конечных элементов для определения распределения температуры в стержне

Уравнение для одномерной задачи записывается в виде

$$K_{xx}\frac{\partial T^2}{\partial x^2}+Q=0 \qquad (1)$$

с граничным условием

$$K_{xx}\frac{\partial T}{\partial x}l_x+h(T-T_\infty)+q=0 \qquad (2)$$

где h—коэффициент теплообмена, кВт/м^2*K; T— температура на границе (неизвестная), K; T_m — температура окружающей среды (известная), K; l_X,;q— поток тепла, кВт/м^2, который считается положительным, если тепло теряется телом. Поток тепла qи конвективная потеря тепла $h(T$-$T_\infty)$ не имеют места на одном и том же участке поверхности границы. Если существуют потери тепла за счет конвекции, то отсутствует отвод или приток тепла за счет теплового потока и обратно.

Минимизация функционала, связанного с (1), была рассмотрена в [1]. Запишем матрицу теплопроводности элемента:

$$\left[k^{(e)}\right] = \int_{V^{(e)}} \left[B^{(e)}\right]^T \left[D^{(e)}\right]\left[B^{(e)}\right] dV + \int_{S_2^{(e)}} h[N]^{(e)}\left[N^{(e)}\right] dS \quad (3)$$

Матрица $\left[N^{(e)}\right]$ содержит функции формы, причем

$$T^{(e)} = \left[N^{(e)}\right]\{T\}. \quad (4)$$

$$\left[D^{(e)}\right] = \left[K_{xx}^{(e)}\right] \quad (5)$$

а матрица $\left[B^{(e)}\right]$ получается дифференцированием $\left[N^{(e)}\right]$*по x.* Соотношение для определения $\left[B^{(e)}\right]$ имеет вид

$$\{g\} = \left\{\frac{\partial T}{\partial x}\right\} = \left[B^{(e)}\right]\{T\} \quad (6)$$

Вектор-столбец правых частей уравнений для элемента определяется формулой:

$$\left\{f^{(e)}\right\} = -\int_{V^{(e)}} \left[N^{(e)}\right]^T Q dV + \int_{S_1^{(e)}} \left[N^{(e)}\right] q dS - \int_{S_2^{(e)}} \left[N^{(e)}\right]^T T_\infty h dS \quad (7)$$

где величины Q, qи hимеют заданные числовые значения.

Вышеприведенные формулы содержат все данные, необходимые для составления матриц элементов в задаче о переносе тепла за счет теплопроводности. В дальнейшем мы будем опускать верхний индекс *(e)* во всех обозначениях матриц элементов, исключая случай, когда необходимо будет различать два разных элемента.

Примером одномерной задачи переноса тепла является задача об охлаждении стержня. Рассмотрим стержень, один конец которого соединен с **источником**тепла; через боковую поверхность стержня и другой его конец тепло отводится в окружающую среду.

Использование формул (3) и (7) иллюстрируется на следующем примере: требуется вычислить распределение температуры в одномерном стержне с приведенными ниже физическими характеристиками.

Разделим конструкцию на 5 элементов длиной 1,5 см каждый.

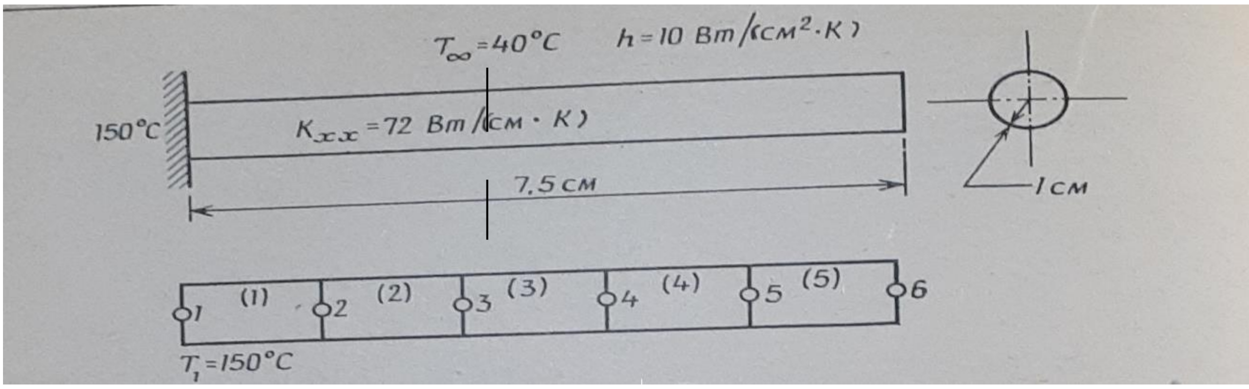

Рис. 1

Запишем величины различных параметров, входящих в эти соотношения

$\frac{AK_{xx}}{L} = 48\pi$, $\frac{h\mathrm{Pl}}{6} = 5\pi$,$hT_{\infty}PL = 1200\pi$, hA=10π, $hT_{\infty}A = 400\pi$

После применении метода прямой жесткости совокупность рассмотренных матриц элементов приводит к следующей системе уравнений:

$$\begin{bmatrix} 50 & -43 & & & & \\ -43 & 116 & -43 & & & \\ & -43 & 116 & -43 & & \\ & & -43 & 116 & -43 & \\ & & & -43 & 116 & -43 \\ & & & & -43 & 68 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 600 \\ 1200 \\ 1200 \\ 1200 \\ 1200 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Здесь проведено сокращение на множитель π, так как он входит в обе части системы уравнений. Пустые места в *[K]* означают нулевые коэффициенты.

Значение T_1 известно (150°C), так что система уравнений должна быть модифицирована перед решением. Эта модификация преобразует столбец правых частей к виду

$$\{F\}^T = [8700 \quad 7650 \quad 1200 \quad 1200 \quad 1000]$$

После решения системы имеем

$$\{T\}^T = [150 \quad 82.6 \quad 59 \quad 48.6 \quad 44.2 \quad 42.6]$$

Теоретические значения температуры следующие:

$$\{T_{\text{теорет}}\}^T = [150 \quad 89.9 \quad 62.8 \quad 50.6 \quad 45.2 \quad 43.3]$$

Результаты, полученные по методу конечных элементов, достаточно хорошо согласуются с истинными значениями, если учесть, что было проведено разбиение области на одинаковые элементы.

Решение по методу конечных элементов можно было бы улучшить, если использовать более короткие элементы вблизи стены, в которую заделан стержень.

ЛИТЕРАТУРА

Л.Сегерлинд. Применение метода конечных элементов. Мир. Москва 1979г.