ТЎРТ ЎЛЧОВЛИ ФАЗОДА ГЕОМЕТРИК ШАКЛЛАРНИ АЙЛАНТИРИШ ЁРДАМИДА ТАСВИРЛАШ

Махмудов Максуд Шералиевич
Бухоро муҳандислик-технология институти докторанти,
Ўзбекистон Республикаси, Бухоро
E-mail:shm.maxmudov@mail.ru

УДК 514.18

АННОТАЦИЯ

Ушбу мақола тўрт ўлчовли фазода геометрик шаклларни тасвирлашнинг янги усулини бажариш, кўп ўзгарувчи функцияни унинг параметрлари бўйича интерпретация масаласи ҳал қилинади. Нуқта тўғричизиқ текисликни E^4 ўлчовли фазода тасвирланиши.

Калит сўзлар: Гиперсирт, сонли фарқ усули, чегаравий шартлар, полеэдр, тугунлар. E^n ўлчовли фазода алмаштиришлар.

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается построение нового метода представления геометрических фигур в четырехмерном пространстве, проблема интерпретации функции многих переменных по ее параметрам. Представление точечной линейной плоскости в E^4- четырехмерном пространстве.

Ключевые слова: Гиперсеть,метод конечных разностей, граничные условия, полеэдр, узлы. Подстановки в E^n-мерном пространстве.

ABSTRACT

The article deals with the construction of a new method for representing geometric figures in four-dimensional space, the problem of interpreting a function of many variables in terms of its parameters. Representation of a point linear plane in E^4-four-dimensional space.

Keywords: Hypernetwork, finite difference method, boundary conditions, fieldhedron, nodes. Substitutions in En-dimensional space. Hypernetwork, finite difference method, boundary conditions, fieldhedron, nodes. Substitutions in E^n-dimensional space.

Техника, қурилиш обектларида, айниқса технологик жараёнларни кузатиш, илмий тадқиқот ишларини олиб боришда аксарият ҳолларда кўпўлчовли функцияни текшириш, мақсадга кўра функциянинг оптимал (экстремал) қийматларини топиш ёки оптимал қийматлари чексиз йирик миқдорлари атрофида текширишини тақазо этади.

Табиики бундай кузатишлар, оптимал қийматларни топиш, оптимал қийматлар атрофини текшириш, дифференциал тенгламаларни ечиш ёки бу жараённи автоматик тарзда амалга ошириш учун чизиқли ёки чизиқли бўлмаган дастурлашдан фойдаланишга тўғри келади. [1] Қўйилган масалани автоматик тарзда ечиш учун яъни масалани ечишда чизиқли дастурни амалга ошириш эса ўз навбатида мақсадли функцияни аппроксиматция қилиш зарурятини келтириб чиқаради. Мақсадли функция кўп параметрли бўлганлигини инобатга олсак функцияни алмаштирувчи, полеэдрларни кўп ўлчовли фазода тасвирлаш зарурятини келтириб чиқаради.

Кўп ўлчовли фазода,айниқса E^4, E^6, E^n ларда геометрик шаклларни тасвирлаш [1,2,3,4,5] лар томонидан турли илмий тадқиқот ишлари олиб борилган.

Маълумки [2], Н. С. Гумен кўп ўлчовли фазода асосий геометрик шаклларни, тасвирларини E^n да тасвирлаш муаммоларини,уларни тасвирлашнинг асосий хоссалари ҳамда асосий характерискаларини хал қилишга эришган. Бу сохада қатор илмий изланишларни амалга оширган. Аммо унинг ишларида аксонометрик проекция ўқлари орасидаги муносабатларга аниқлик киритилмаган ҳамда ўқлар орасидаги бурчакларни танлаш қонунятлари очиб берилмаган.

Шу сабабли ушбу изланишда кўп ўлчовли фазода ўқлар орасидаги боғланиш ҳақидаги илмий тадқиқотларимиз ҳақида сўз юритмоқчимиз.

E^n ўлчовли фазода алмаштиришларни ҳисобга олиш алгаритми:

1) E^n фазода Г.Монж аппаратидан фойдаланиш учун $OX^I X^{II} X^{III} \ldots . X^n$ ўқлар $OX^{n-2} X^{n-1} X^n$ тартибида олинади, $n \in d$;

2) Ҳар бир алмаштириш камида $(n-3)$ марта олинади.

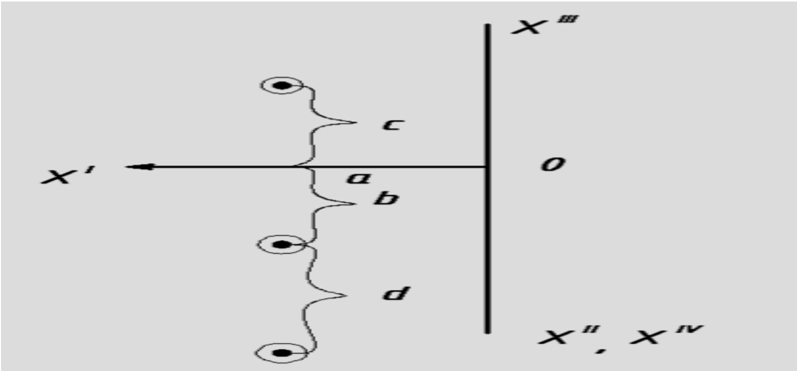
3) Ўқлар яъни X^{n-1} ва X^n ҳамма вақт вертикал олинади ва соат стрелкаси йўналишида $(n-3)$ марта $90°$ га бурилади.

4) Юқорида кўрсатилган тартибда олинган эпюрлар Г.Монж аппарти қонун қоидаларнинг барчасига тўғри келганлиги сабабли исталган ўлчов учун асосий геометрик шаклларнинг тасвирини ўзаро перпендикуляр бўлган яъни $X^{n-2} \perp X^{n-1} \perp X^n$ да тасвирлаш имконияти ҳосил бўлади.

Энди бир нечта геометрик шакилларни тасвирлашга киришамиз. Маълумки $(x^I - a)^2 + (x^{II} - b)^2 + (x^{III} - c)^2 + (x^{IV} - d)^2 = R^2$ (·) ифода E^4 фазода маркази A (a;b;c;d) нуқтада бўлган R радусли сферани билдиради.

Уни эпюрда тасвирлаш усуллари қуйидагича эканлиги маълум.

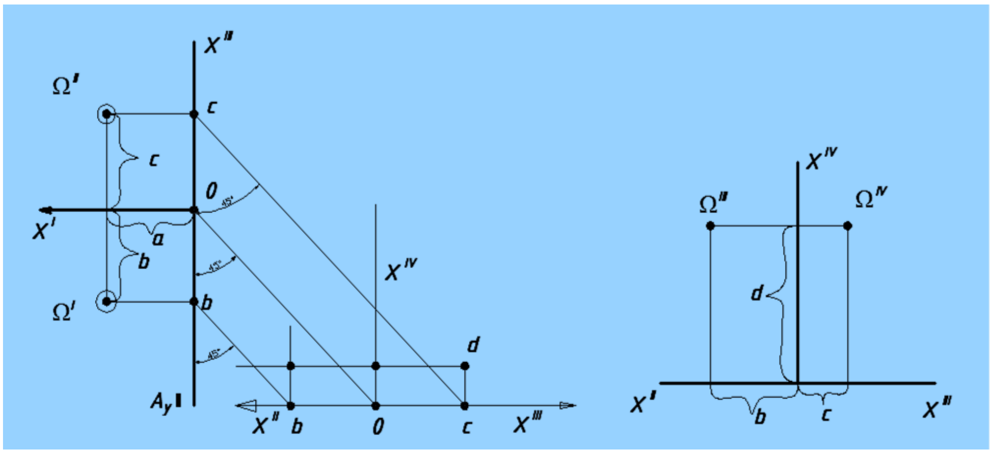
1.П.В.Филипов ва унинг шогирдлари усули : [3] (1-шакл)



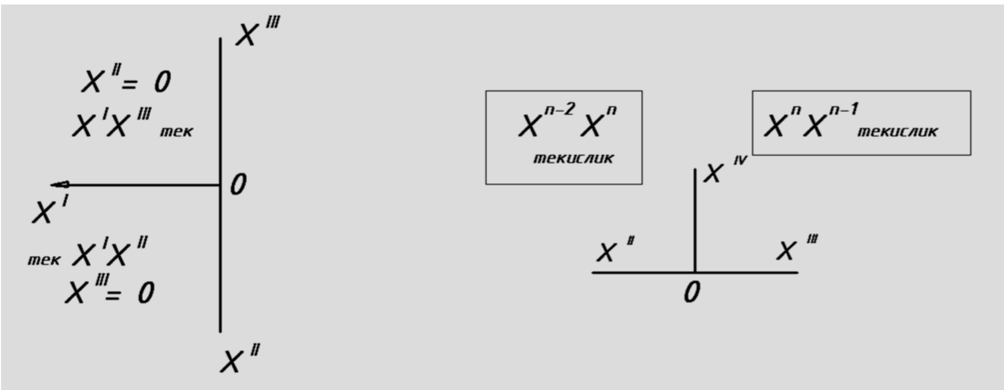
1-шакл

Бу усул баъзан Радищев усули ҳам деб юритилади. [4]

2. Биз таклиф этган усулда нуқтани тасвирлаймиз. (2-шакл)



E^4 фазода нуқтанинг эпюри 2-шакл



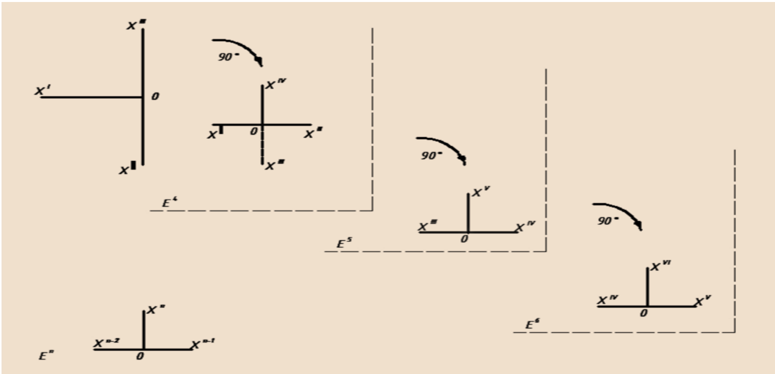
E^4 фазо текисликлари эпюри 2-шакл

$X^{I} \perp X^{II} \perp X^{III}$ фазо $\rightarrow X^{II} \perp X^{III} \perp X^{IV}$ фазога ўтади.

Умумлаштирсак $X^{n-2} \perp X^{n-1} \perp X^{n} \rightarrow X^{n-2} \perp X^{n-1} \perp X^{n}$ га ўтади ҳарбир алмаштиришда $X^{n-2}X^{n-1}X^{n}$, $X^{n-1}X^{n-2}X^{n}$ га алмаштирилади ва 90° га бурилади.

$X^{n-3} \perp X^{n-2} \perp X^{n-1}$ фазо $X^{n-2} \perp X^{n-1} \perp X^{n}$ га ўтади.

***E^{n}* ўлчовли эпюрга ўтиш алгаритми.** (3-шакл)



E^{n} ўлчовли эпюр.3-шакл

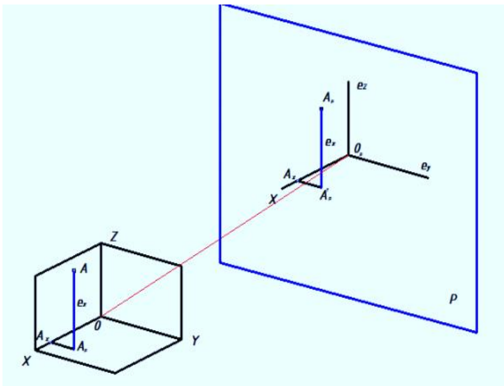
1. X^{n-1} ва X^{n-2} ўқлар бошланишида О нуқтадан ўтадиган вертикал ҳолда 90° бурилгандан сўнг горизонтал ҳолда олинади.
2. Ҳар бир алмаштиришда координата боши доимо бир хил О деб олинади.
3. X^{n-1} ,X^{n-2} ўқлар 90° га бурилганда координата боши О ҳам бурилади ва X^{n} ўқи О (·) дан ўтиб X^{n-1} ,X^{n-2} ларга ⊥ қилиб олинади.

Асосий тушунчалар. Аксонометрик проекциялашнинг турлари.Нарсанинг ортогнал проекцияларини ясаш учун одатда,уларнинг асосий ўлчамларига (бўйи,эни,баландлиги)га параллел қўйилган H,V ва W текисликдаги проекциялардан ҳар бири тасавирланган нарсанинг икки учини ўз ичига олади. Шунинг учун ортогоналл проекциялар асосида тузилган чизмалар осон ясалиши ва уларда тасвирланган нарсаларнинг ўлчамларини тез аниқлаш мумкин.Лекин бундай чизмалар яққол эмас.Айниқса мураккаб нарсаларнинг шунга ўхшаган нарсаларнинг чизмаларига қараб уларнинг фоизи шакилларини тасавур қилиш анча қийин.Бу қийинчиликни бартараф этиш мақсадида нарсаларнинг ортогонал проекциялари асосида тузилган чизмаси унинг аксонметрик проекяси билан тўлдирилади.

Фазонинг биринчи октантида жойлашган А нуқтани координата ўқлари билан биргаликда бирор *P* текисликка *S* йўналиш бўйича проекцялаймиз. Бунда *P* текислик аксонометрия текислиги дейилади. Координата ўқларининг *P* текисликлардаги проексилари $O_p X_p$, $O_p X_p$,$O_p Z_p$ чизиқлар аксонометрик ўқлар дейилади. (4-шакл)

S йўналиш (вектор) аксонометрия текислигига оғма ёки перпендикуляр бўлиши мумкин. Тасавирнинг яққол бўлиши учун йўналиш (вектор) координаталар текисликларнинг ҳеч бирига параллел олинмаслиги керак. [5]

Ўлчаш қўлай бўлиши учун фазодаги координата ўқларига mm,sm,m ва шулар сингари узунлик бирлигига тенг кесмалар қўйиш мумкин. Аксонометрик тасвири ясаладиган обектнинг узунлик ўлчов бирлиги натурал ўлчов бирлиги дейилади.OX, OY, OZ ўқларининг ҳар бирига қандайдир натурал масштаб бирлигига тенг e кесма қўйилган деб фараз қилайлик.Проекциялаш йўналиши ўқларнинг ҳеч қайсисига параллел бўлмагани учун натурал масштаббирлиги e аксонометрия текислигида, умуман бир-бирига тенг бўлмаган e_x, e_y, e_z кесмалар тарзида тасвирланади.



Координата ўқларининг P текисликлардаги проексилари 4-шакл

e_x, e_y, e_z кесмалар аксонометрик масштабларлардейилади.Аксонометрик масшитаб-ларнинг натурал масштабга нисбатлари - $e_x\ e^{-1}$; $e_y\ e^{-1}$; $e_z\ e^{-1}$ аксонометрия ўқлари бўйича ўзгариш коэффицентларидейилади.

$O_P\ X_P$ ўқи бўйича ўзгариш коэффицентини m билан $O_P\ Z_P$ ўқи бўйича ўзгариш коэффицентини n билан белгилайлик.

Демак $\mathrm{k} = \frac{e_x}{e}$; $\mathrm{m} = e_y\, e^{-1}$ бўлади 4-шаклда тасвирланган уч бўғинли фазовий $OA_X\, A^1\, A$ синиқ чзиқ аксонометрия текисликларда текис синиқ чизиқ ($O_P\ A_{XP}\ \ A_P^I\ A$) тарзида тасвирланади. A_Pнуқта A нуқтанинг аксонометрияси, A_P^I нуқта A^1 нуқтанинг аксонометрияси дейилади. Маълумки A^1 нуқта фазодаги A нуқтанинг горизонтал проекцияси бўлиб ҳисобланади. Шунинг учун, A^1нуқта A нуқтанинг иккиламчи проекциясини ясаш мумкин.

Параллел проекциялашнинг хоссаларига асосан $OA_X \in OX$,$A_X\, A^I \parallel OY$; $A^1\, A \parallel OZ$ бўлгани учун $A_{XP}\ \ A_P^I \parallel O_P$, $A_P^I\, A_P \parallel O_P Z_P$ бўлади. Бу қонунятларга асосан

$\frac{A_{XP}\ \ A_P^I}{e_y} = \frac{A_X\, A^I}{e}$ ёки $\frac{A_{XP}\ \ A_P^I}{e_y} = \frac{e_y}{e} = m$ шунга ўхшаш $\frac{e_x}{e} = e_x * + e^{-1} = \mathrm{k}$;

$\frac{e_z}{e} = e_z * e^{-1} = n$

Фазовий синиқ чизиқнинг ҳар бир бўғинни нуқтанинг тўғри бурчаги координаталаридан бирини белгилайди. ($OA_X = X$; $A^I A_X = y$ $A^I A = Z$).

P текисликдаги текис синиқ чизиқнинг бўғинлари нуқтанинг аксонометрик координаталари дейилади ва X_P, Y_P, Z_P каби белгиланади.

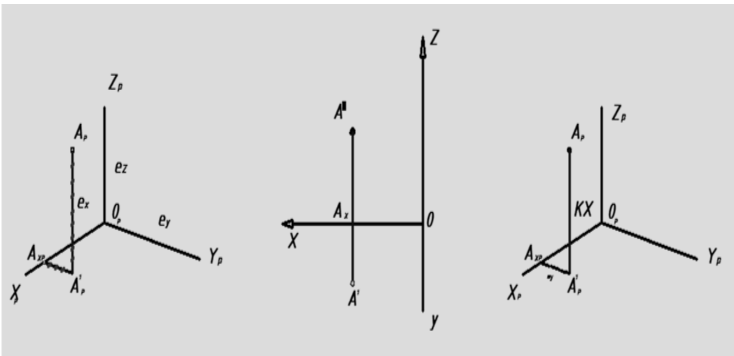
($X_P = O_P A_{XP}; Y_P = A_{XP} A^I_P$; $A^I_P A = Z_P$)

Агар аксонометрия ўқлари бўйича ўзгариш коэффицентлари (k,m,n) маълум бўлса, нуқтанинг тўғри бурчакли координаталаридан унинг аксонометрик координата системасига қуйидагича ўтиш мумкин.

$X_P = KX$; $Y_P = my$; $Z_P = n \cdot z$.

Аксонометрия ўқлари ($O_P X_P, O_P Y_P, O_P Z_P$) ва аксонометрик масштаблар (e_x, e_y, e_z) берилган деб фараз қилайлик. (2-шакл).Фазодаги координаталари *3,2,4* сонларига тенг бўлган *A* нуқтанинг яъни *A(3;2;4)*нинг аксонометрик проекциясини ясаш зарур бўлсин.Бунинг,учун $O_P X_P$ ўқибўйича $O_P A_{XP} 3e_X$ кесма қўйамиз, A_{XP} нуқтадан $O_P Y_P$ ўқига параллел қилиб $A_{XP} A^I_P = 2e_y$ кесма қўямиз ва A^I_P нуқтадан $O_P Z_P$ ўқига параллел йўналиш бўйича $A^I_P A_P = 4e_Z$ кесма қўямиз. A_P нуқта *A* нуқтанинг аксонометрик проекцияси, A^I_P - *A* нуқтанинг иккиламчи проекцияси бўлади. [6]

Шундай қилиб,ўзгариш коэффицентлари маълум бўлса, аксонометрик проекция A_P ва иккиламчи проекция A^I_P бўйича *A* нуқтанинг фазодаги ўрнини аниқлаш, яъни унинг тўғри бурчакли координаталарини топиш мумкин. Бунинг учун $A\,A^I_P O_P$ синиқ чизиқ ясалади. Синиқ чизиқнинг кесмалари (бўғинлари) *A* нуқтанинг координаталаридир. Бу учта кесмадан ўзгариш коэффицентлари ёрдамида фазодаги OA_X, $A_X A^I$ ва $A^I A$ кесмаларга ўтиш мумкин.(5-шакл)



Синиқ чизиқнинг кесмалари (бўғинлари) *A* нуқтанинг координаталаридир.

5 шакл

$OA_X = \frac{O_P\, A_{XP}}{K}$; $A_X A^I = \frac{A_{XP} A_P^I}{m}$; $A^I A = \frac{A_P^I A_P}{n}$, OX, OY, OZ ўқлари бўйича натурал масштаб бирлиги сифатида қандай кесма қабул қилинганлигини билиб, A нуқтанинг координаталари ***x,y,z*** сонларни топиш мумкин.

Нарсаларнинг аксонометрик проекциялари, одатда, уларнинг ортогонал проекциялари асосида ясалади.Шу сабабли ушбу масалани ечамиз A нуқтанинг ортогонал проекциялари ($A^I A^{II}$) аксонометрик ўқлар $O_P\, X_P, O_P Y_P, O_P Z_P$ ва ўзгариш коэффицентлари (k,m,n) берилган бўлса унинг аксонометрик проекцияси A_P ясалсин.

ечиш:

1) Эпюрдан нуқтанинг координаталари (5шакл) x= OA_X; y $= A_X\ A^I$; z= $A^I\ A$ олинади.

2) O_P нуқтадан $O_P\ A_{XP} = KX$

3) $O_P Y_P$ ўқига параллел қилиб $A_{XP} A_P^I = my$

4) $O_P Z_P$ ўқига параллел $A_P^I\ A_P = \ n \cdot z$ кесмалар қўйилади.

Шундай қилиб, координаталар бурчагида жойлашган нарсанинг ўқлари билан бирга бирор тексликка туширилган проекцияси шу нарсанинг аксонометрияси дейилади.

Проекция параллел ёки марказий бщлиши мумкин.Шунга асосан аксонометрия параллел ёки марказий аксонометрия дейилади.

Бундан ташвари, аксонометрия яққол бўлиши билан бирга,унда тасвирланган нарсанинг ўлчамларинитопиш имконятини беради.

S йўналиш (вектор)нинг аксонометрия текислиги билан ҳосил қилган бурчагига қараб, аксонометрик проекциялар тўғри бурчакли ва қишиқ бурчакли аксонометрияларга бўлинади. [7]

Теорема 1. Агар ўқлар бўйича ўзгариш коэффицентлари ўзаро тенг бўлса (m= $n = k$) бундай аксонометрия изометрик проекция бўлади.

Теорема 2.Агар иккита ўзгариш коэффицентлари ўзаро тенг бўлса ($k = n \neq m$; $n = \ m \neq \ k$ ...) бўлса бунда аксонометрия диметрик проекция бўлади.

Теорема 3.Агар ўзгариш коэффицентлари ўзаро тенг бўлмаса яъни $m \neq n \neq k$ бўлса, бундай аксонометрия триметрия бўлади.

Аксонометриянинг асосий теоремаси-Польке теоремаси 1953 йил кашф қилинган.[8]

Теорема. Бир нуқтадан чиққан текисликдаги ҳар қандай учта кесма фазода бир-бирига перпендикуляр бўлган учта ўзаро тенг кесмани параллел проекцияси бўлади.

Фазодаги O нуқтадан чиққан OX, OY, OZ тўғричизиқлар ўзаро перпендикулр ва уларга қўйилган ($OA = OB = OC = e$) OA,OB,OC кесмалар ўзаро тенг бўлсин. (6-шакл).

Фазода O,A,B,C нуқталарни ўзаро туташтирсак,учи O нуқтада бўлган уч ёқли тўғри бурчакли тетраэдр O,A,B,C ҳосил бўлади.

Бу тетраэдр масштаб тетраэдри дейилади. Масштаб тетраэдр атамасини проф.Н.Ф.Четверухиы таклиф қилган.[9]1864 йилда немис геометриги А.Шварц умумлаштирган. 6-шакл

Польке – Шварц теоремаси.

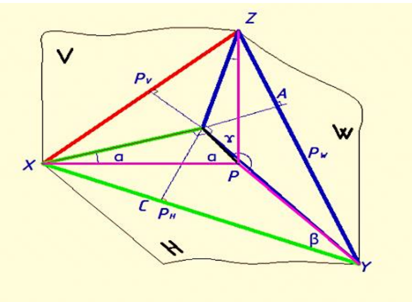
Текисликда чизилган ҳарқандай тўла тўртбурчакни олдиндан берилган исталган шаклдаги тетраэдрга ўхшаш тетраэдрнинг параллел проекцияси деб олиш мумкин.

Бошқача қилиб айганда аксонометрия ўқлари орасидаги бурчакларни ва улар бўйича ўзгариш коэффицентларни, умуман ихтиёрий олиш мумкин.

Масштаб тетраэдр.6-шакл

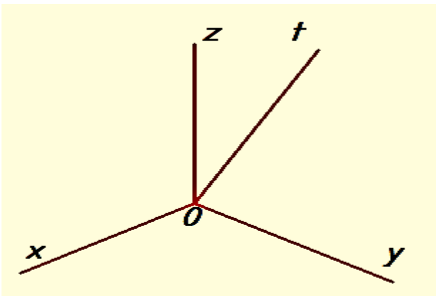
E^4 фазода А нуқтанинг ўқлар бўйича эпюраларини бажариш усуллари.
A(x, y, z) – уч ўлчовли кординаталари.

1.1. z=0 бўлса, A ∈ H
1.2. y=0 бўлса, A ∈ V
1.3. x=0 бўлса, A ∈ W
1.4. y=x=o бўлса, A ∈ [OZ)
1.5. y = z = o бўлса, A ∈ [OX)
1.6. z=x=o бўлса, A ∈ [OY)



E^4 фазода координата ўқларининг ўрин алмашиш усули билан E^2 ва E^3 гипеиртекисликлар қуйидагича аниқланади.

E^2 да x y, x z, x t, y z, z t ; E^3да xyz, xzt, yzt, yzt гипертекисликлар ҳосил бўлади. 7-шакл



Гипертекислик 7-шакл

Берилган (x,y,z,t) = (a,b,c,d) нуқтанинг E^2, E^3 гипертекисликларда тегишлилигини хоссаларини келтирамиз.

1-хосса - xy $\rightarrow z = t = 0 \rightarrow A \in [oxy)$

2-хосса - xz $\rightarrow y = t = 0 \rightarrow A\ [oxz)$

$3 -$ хосса $-$ yz $\rightarrow x = t = 0 \rightarrow A\ [oxz)$

$4 -$ хосса $-$ Агар $t = 0$ бўлса яъни $A \in xyz$ дан xyz гипертекиликда ётади.

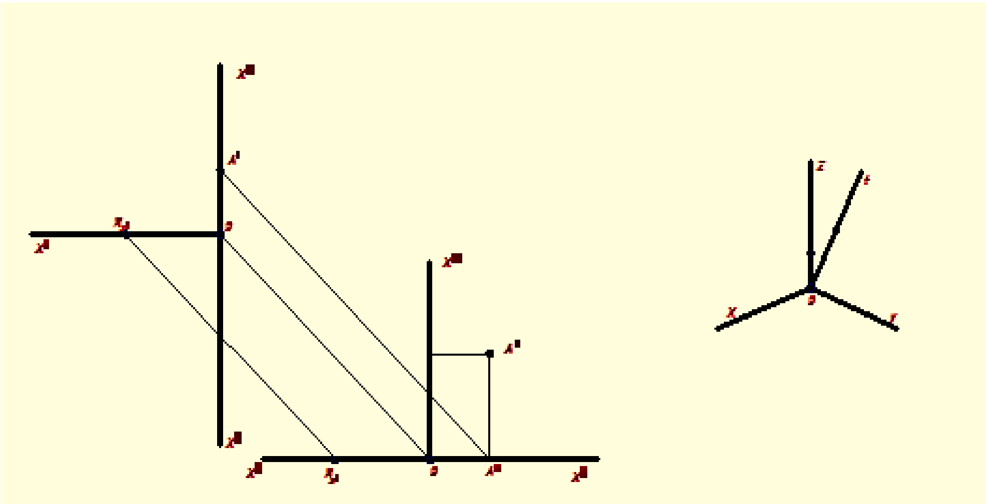
$5 -$ хосса y=0 бўлса, A (·) xzt гипертекиликда ётади.

$6 -$ хосса z=0 бўлса, A (·) xyt гипертекиликда ётади.

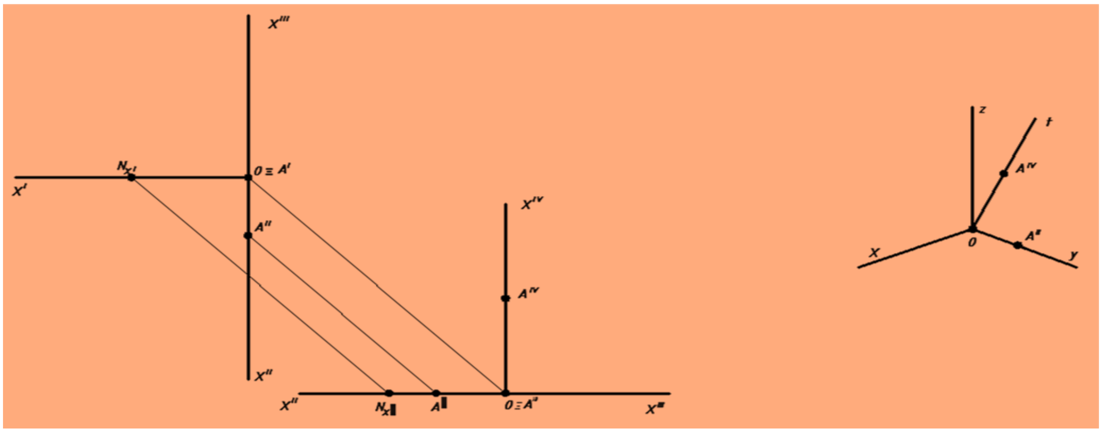
$7 -$ хосса агар нуктанинг учта координатаси 0га тенг бўлса у координата ўқларининг бирида ётади.$a = b = c = 0,\ d \neq 0$ бўлганда $A \in [ot)$ бўлади.

Энди E^4 фазода Г.Монж усулида берилган нуктанинг гиперэпюрини тузишнинг хусусий вазиятларига тўхталиб ўтамиз.Дарҳақиқат нуқта хусусий вазиятда жойлашиши учун, *x, y, z, t* лардан ҳеч бўлмаса бири *0* га тенг бўлиши шарт.[10.11.12.13.14.15]

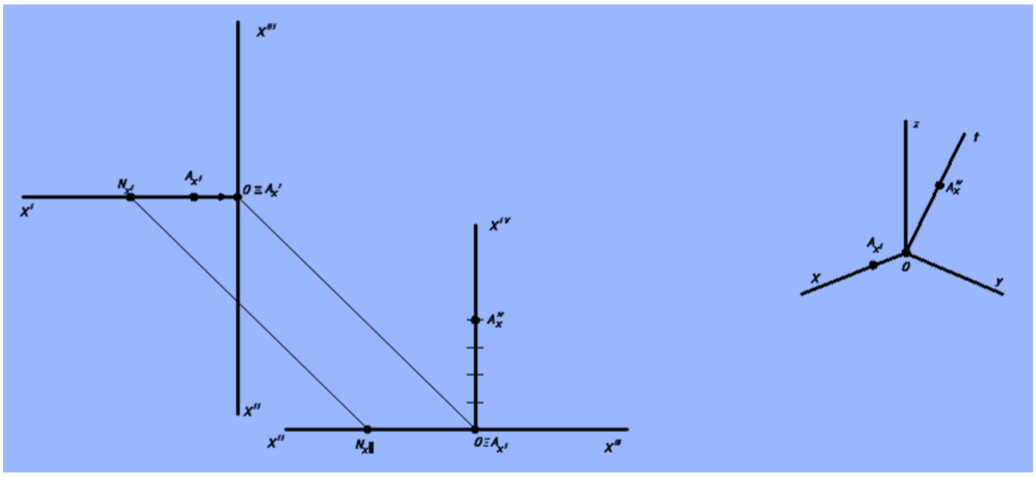
Мисол учун:1. A(x, y, z, t) нуқтанинг x ва y координаталари 0 га тенг бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри ясалсин, яъни *y=x=o* бўлса $A^I A^{II} A^{III} A^{IV}$ -? ***A(0,0,20,30)***



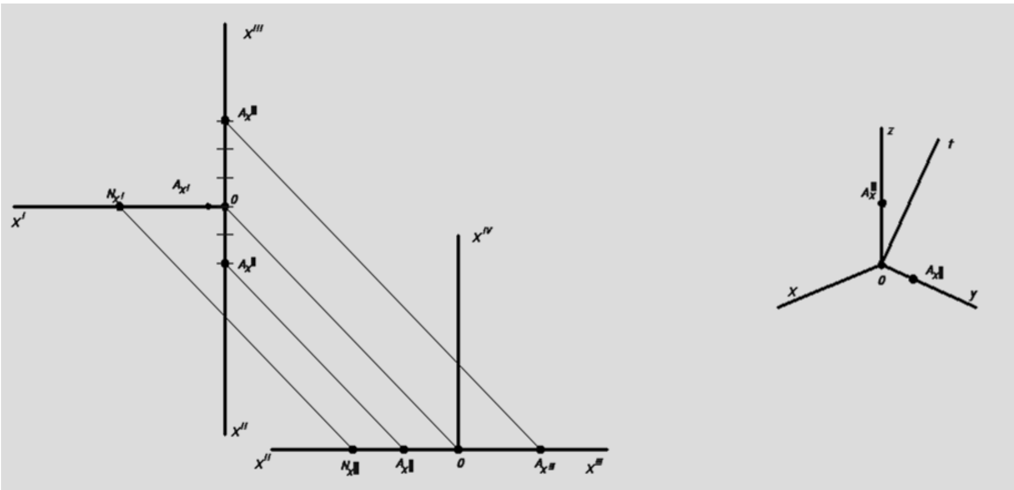
2. Агар x = z =o бўлса,нуктанинг x ва z координаталари 0 га тенг бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(0,30, 0,50)***



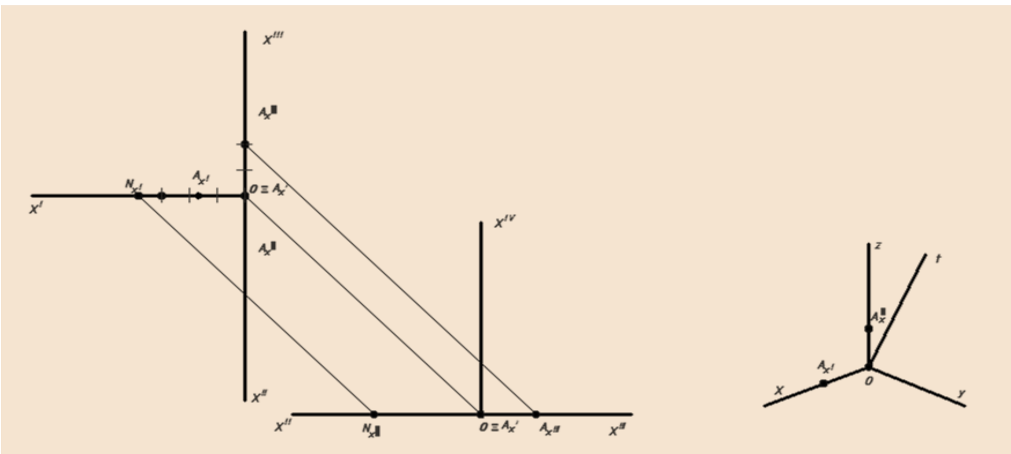
3. Агар y = z =о бўлса,нуқтанинг y ва z координаталари 0 га тенг бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(20,0, 0,40)***



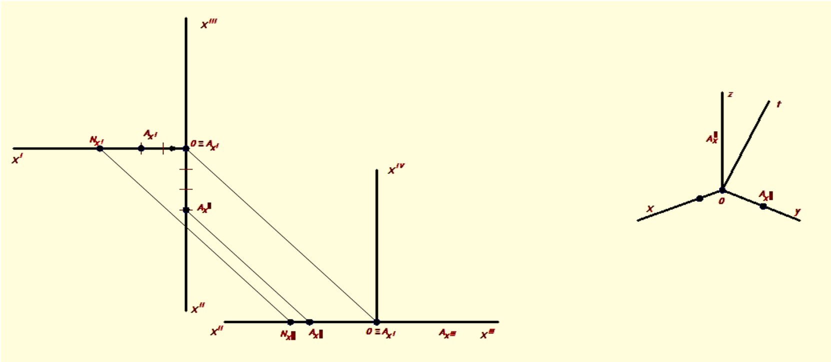
4. Агар $x = t = o$ бўлса,нуқтанинг y ва z координаталари 0 га тенг бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(0,20, 30,0)***



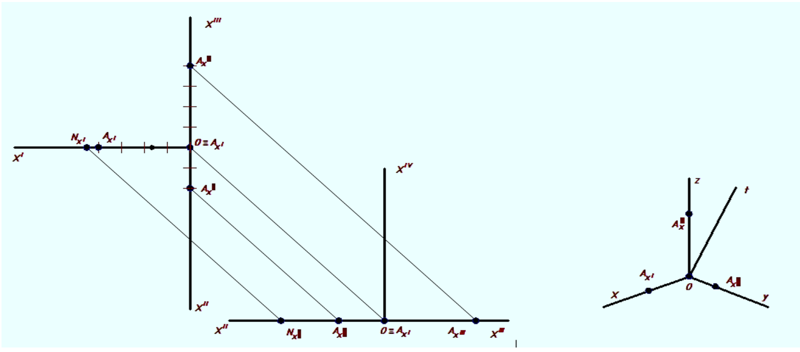
5. Агар $y = t = o$ бўлса,нуқтанинг y ва t координаталари 0 га тенг бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(30,0,20,0)***



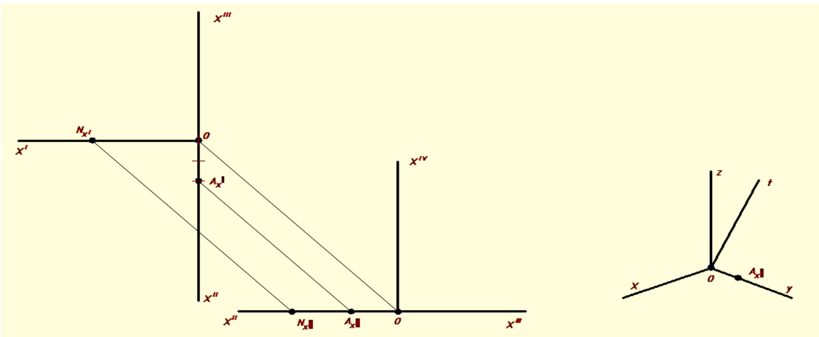
6. Агар $z = t = o$ бўлса,нуқтанинг z ва t координаталари 0 га тенг бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(20,30,0,0)***



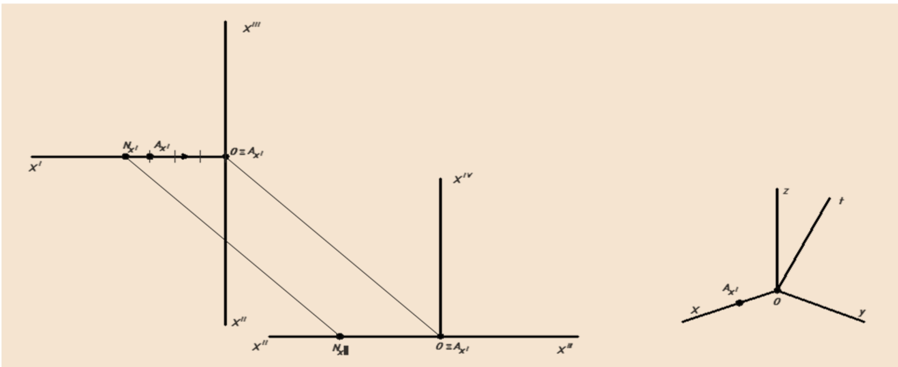
7.Агар A нуқтанинг x, y ва z координаталари 0 га тенг бўлса яъни $x = y = z = o$ бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(40,20,50)***



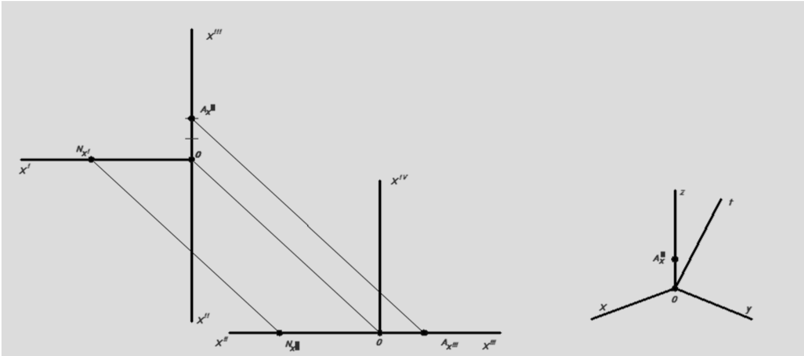
8.Агар A нуқтанинг x, z ва t координаталари 0 га тенг бўлса яъни $x = z = t = o$ бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(0,20,0,0)***



9.Агар A нуқтанинг y, z ва t координаталари 0 га тенг бўлса яъни $y = z = t = o$ бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(30,0,0,0)***

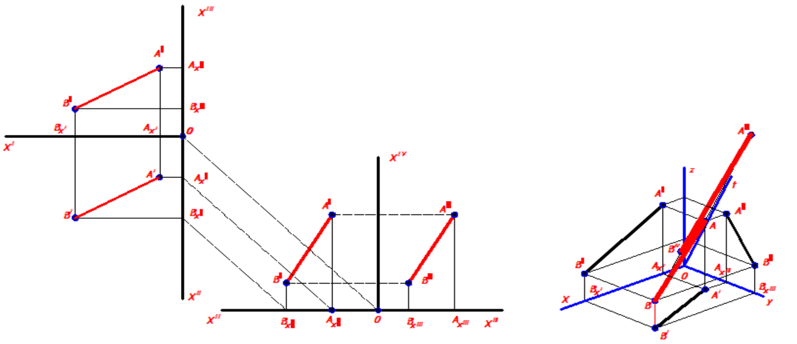


10.Агар A нуқтанинг x, y ва t координаталари 0 га тенг бўлса яъни $x = y = t$=о бўлса унинг E^4 фазодаги эпюри қуйидагича тасвирланади. ***A(0,0,20,0)***

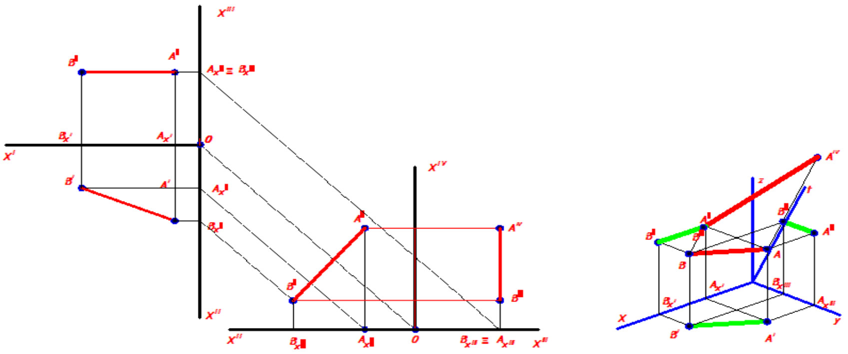


Умумий вазиятда берилган (AB) нинг E^4даги эпюрини тузиш.

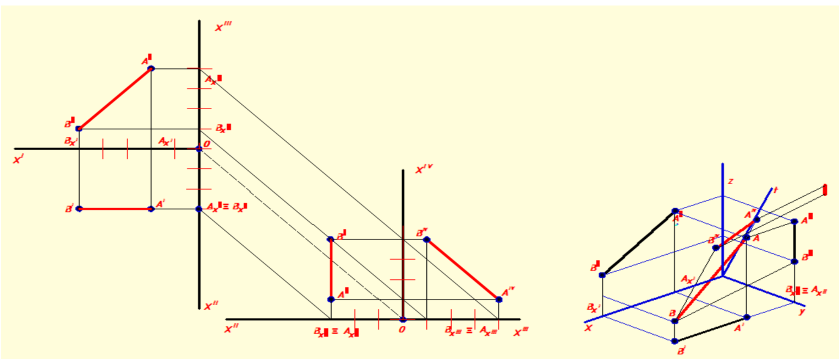
Берилган : A) (15;30;50;70) B (70;50;20;40) $AB \rightarrow A^I, A^{II}, A^{III}, A^{IV}-?$



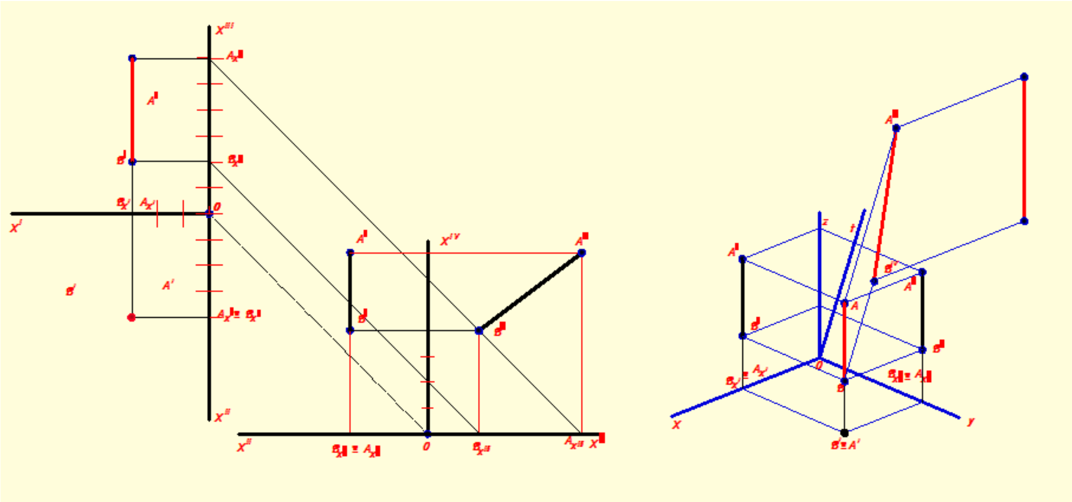
2.AB// H бўлса E^4даги эпюри тузилсин AB// H z=const бўлади.



3.AB// V бўлса, E^4даги эпюри тузилсин. $A^{II}B^{II}$ // [OX),$A^{III}B^{III} \perp [OY)$ y=const бўлади.



4.AB ⊥ H бўлса, E^4даги эпюри тузилсин. AB ⊥ H бўлгани учун $X_A = X_A$ ва $Y_A = Y_B$ бўлади.Шунга асосланиб A ва B нуқталарнинг координаталарин танлаймиз. A(30;40;60;70) B (30;40;20;40)



Текисликнинг E^4 даги ортогонал проекциялари. Умумий вазиятда берилган P текисликнинг проекцияларини ясаш.

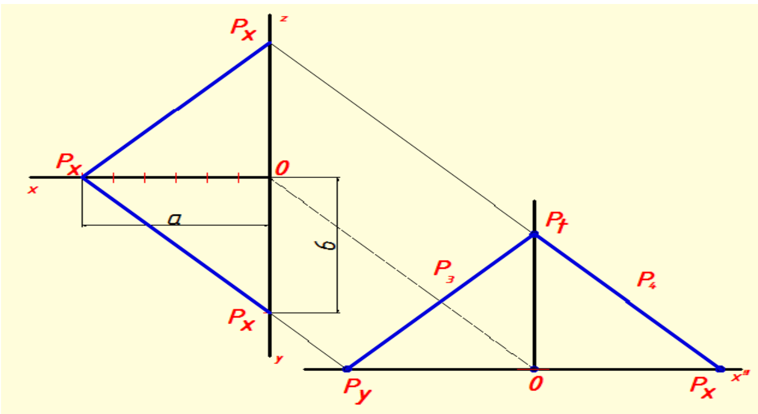
$$P \cap [OX) \rightarrow P_x\,(a; 0; 0; 0)$$

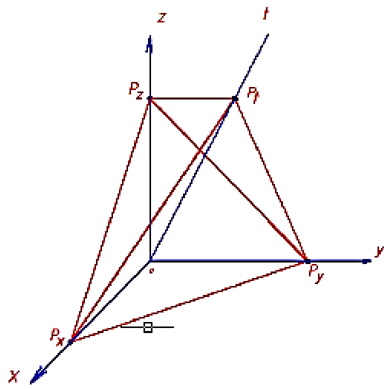
$$P \cap [OY) \rightarrow P_y\,(0; b; 0; 0)$$

$$P \cap [OZ) \rightarrow P_z\,(0; 0; c; 0)$$

$$P \cap [OT) \rightarrow P_t\,(0; 0; 0; d)$$

Бу нуқталарнинг ўзар туташтирсак P нинг излари яъни излар тўртбурчак ҳосил бўлади.Шундай қилиб умумий вазиятда берилган P текисликнинг E^4 даги изларини ҳосил қилдик.





АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

1. Филиппов П.В., Чистая И.В. 0 преобразовании проекций и координат в многомерном пространстве для графического решения основной задачи линейного программирования с использованием автоматизированных систем. - В кн.: 1978, с.77-4.Филиппов П.В. Об изображении образов многомерных пространств ортогональными проекциями. - Зап. Ленингр. горн, ин-та, 1961, т.39, вып. 3, с. 95-107.
2. Гумен Н.С., Гумен В.С. Геометрическое моделирование некоторых многопараметри-ческих систем химической технологии.- Киев: Вища школа, 977. - 108 с.
3. Филиппов, П. В. Начертательная геометрия многомерного пространства и её приложения. Л. Изд. ЛГУ, 1976.- 280 с. Четверухин, Н.Ф. Начертательная геометрия / В.С. Ливецкий, З.И. Пряшникова и др.: Под ред. Н.Ф. Четверухина М.: Высшая школа, 1963. -420 с.
4. Радищев, В. П. О применении геометрии четырех измерений к построению разновесных физико-химических диаграмм // Изв. СФХА. М.,1947.-Т.15.-с. 129-134. Разработка оптимизационной модели процесса соединения текстильных материалов на основе чертежа Радищева многомерного пространства.
5. Филиппов П.В. Графоаналитическое описание гиперэпюра на векторной модели. - В кн.: Прикладная геометрияи инженерная графика,вып.19. - Киев:Будiвельник,1975,с.3-6
6. Филиппов, П. В. Начертательная геометрия многомерного пространства и её приложения Л.: Изд. ЛГУ, 1976. - 280 с.
7. Болотов, В. П. Начертательная геометрия многомерного пространства: монография / Валерий Болотов Электронный ресурс.: Валерий Болотов авторская страница,Режим доступа: http://vm.msun.ru / Autor / Disdokt / Glav2/Glav2.htm
8. Теорема П.-Ш. была впервые сформулирована немецким математиком К. Польке (1853) и имела сложное доказательство, а затем была обобщена и доказана более элементарным путем другим немецким математиком Г.Шварцем (1864). П.-Ш. т. можно формулировать так: любой невырожденный четырехугольник с его диагоналями можно рассматривать как параллельную проекцию тетраэдра, подобного любому данному.
9. Четверухин, Н.Ф. Начертательная геометрия / В.С. Ливецкий, З.И.

Пряшникова и др.: Под ред. Н.Ф. Четверухина М.: Высшая школа, 1963. -420 с.

10. Гумен Н.С., Павлов А.В.Зависимость между элементами аксонометрического проектирования в косоугольной многомерной аксонометрии. - В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика, вып.3, Киев: Будивельник, 1965, с. 123-127.

11. Махмудов М.Ш., Ю. Ахмедов. Use ofe space en describing agrarh analytical representationof multi-factor events ano processes International journal Innovative Engineering and Management Research, (2020): volime 09, Issue 09, Pages 194-197

12. Махмудов М.Ш. “Ko‘p o‘lchovli fazodan ko‘p omilli hodisa va jarayonlarning grafik-analitik tavsifida foydalanish”. *Orange Technologies xalqaro jurnali* 2.10: (2020):124-127.

13. Махмудов М.Ш."E4 fazosida chekli farqlar usulidan foydalangan holda gipernetni qurish." *JournalNX* 6.11 (2020): 238-239.

14. Махмудов М.Ш. «Использование многомерного пространства в графоаналитическом описании многофакторных событий и процессов». Международный журнал Orange Technologies , vol. 2, нет. 10, 26 октября 2020 г., стр. 124–127, doi: 10.31149/ijot.v2i10.766 .

15. Махмудов М.Ш. Обобщенный эрмитовый сплайн в E^4 пространстве // Universum: технические науки: электрон. научн. журн. 2022. 3(96). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/13297 (дата обращения: 01.04.2022).

16. Махмудов М.Ш. Автоматическая линеаризация выпуклых гиперповерхностей и несущая способность оболочек // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2022. 2(95). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/13145 (дата обращения: 01.04.2022).