ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО КОСВЕННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

Рустамов Махаммади Жабборович
Доцент Джиззакский филиал Национальный университет
имени Мирзо Улуғбека к.ф.м.н.
mrustamov@jbnuu.uz

Иргашева Умида Абдимитал кизи
Магистрант Джиззакский филиал Национальный университет
имени Мирзо Улуғбека.
irgasheva_umida@jbnuu.uz

АННОТАЦИЯ

В данной работе рассматривается проблема изменения температуры в заданной точке поверхностного твердого тела. Применяя принцип дуализма проблемы управления и наблюдения, вопрос может привести к проблеме решения экстремуме. Определив множество решений где ограничен норма и получена система уравнений.

Ключевые слова: восстановления, температура, дуализм, управление, наблюдения, экстремум, скорость изменение, измерение.

THE PROBLEM OF RECOVERY OF THE RATE OF TEMPERATURE CHANGE FROM INDIRECT OBSERVATIONS

ANNOTATION

In this paper, we consider the problem of temperature change at a given point of a surface solid. By applying the principle of dualism to the problem of control and observation, the question can lead to the problem of solving an extremum. Having determined the set of solutions where the norm is limited, a system of equations is obtained.

Key words: revealing, heat, dualist, managing, observation, extrimum, change, measurement.

ВВЕДЕНИЕ

Задача автоматического управления технологическими процессами предполагает широкое использование ЭВМ с целью обработки текущей измерительной информации о состоянии конкретного процесса и выработки оптимальных оперативных управляющих воздействий поэтой информации. По этому важной составной частью задачи управления является идентификации. В статъе на примере линейной модели управления нагревом массивного тела [1] рассматривается задача восстановления распределения температуры тела на основе измерения в отделъных точках поверхности тела. Применением принципа дуальности задач управления и наблюдения проводится к решению задач об условном экстремуме.

АНАЛИЗ И МЕТОДОЛОГИЯ ЛИТЕРАТУРЫ

Рассмотрим нагрев бесконечной однородной пластины конечной толщины С=1, в предположении, что начальная температура пластины и процесс нагрева проходят идентично по толщине. Тогда достаточно анализировать ход процесса в некотором “стержне”, расположенном в пластине ортогонально е боковой поверхности [1].

Пусть распределение температуры по толщине пластины ($0\leq X\leq 1$) и во времени t ($0\leq t\leq \bar{t}$) описывается функцией Т(x,t) определяемой в прямоугольнике П=($(0;1)\times(0;\bar{t})$), где $\bar{t}>0$ -фиксированное число. Внутри отрезка [0;1] и при t>0 распределение температуры Т(x,t) подчиняется уравнению теплопроводности.

$$\frac{\partial T\ (x,t)}{\partial t} = \text{a}\frac{\partial^2 T\ (x,t)}{\partial t^2}, \qquad (x;t)\in \Pi \qquad (1)$$

Здесь а - коэффициент температуропроводности.

На концах “стержня” приняты следующие условия теплопередачи:

$$\mu\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha\ [U(t) - T(1,t)]; \qquad t \in[0;\bar{t}]$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0, \qquad t \in[0;\bar{t}] \qquad (2)$$

где μ — коэффициент теплопроводности, α — коэффициент теплообмена между греющей средой, соответственно с одной стороны, плитой. Левый конец пластины x=0 – теплиозолирован. Температуру греющей среды U(t) назовем управляющим воздействием или просто управлением.

Пусть в процессе нагрева имеется возможность измерять изменения температуры в некоторых точках нагреваемого тела. Задача определения скорость изменение температуры по времени в заданной точке стержня по известному изменению температуры Т$(\bar{x},t)$ в точке $\bar{x}\in[0,1]$ и законом теплопередачи (1)-(2) составляет предмет задачи идентификации (процесса) нагрева, рассматриваемой ниже.

Функции y_i(т), связанные с точками $x_i\epsilon[0,1]$

$$y_i(\text{т}) = \text{Т}\ (\bar{x}_i, t)+\xi(\zeta) \qquad (3)$$

назовем измеряемой величиной процесса нагрева.

Задача 1. По функции y_i(t), t ϵ [0.1] константам a, α, μ и соотношениям (1)-(3) определить Т ($\bar{\bar{x}}$, t), t∈ [0.1], ($\bar{\bar{x}} \neq$ x)

Пусть g(т) -некоторая данная функция из $C^1(0, \bar{t})$

Задача 2. При вцех данных задачи 1 найти величину

Z_g= $\int_0^{\bar{t}} g(t)$ Т ($\bar{\bar{x}}$, т)dt (4)

Понятно, что решение задачи 2 при различных функциях $g\,(m)$=g_i(t), и= 1, 2, … составляющих базис пространства $L_2(0, \bar{t})$, позволит найти функцию Т($\bar{\bar{x}}$,т) по проекциям (4) как элемент $L_2(0, \bar{t})$. Поэтому далее будем рассматривать только задачу 2. Для краткости изложения рассмотрим, ниже наблюдение по одному датчику (4) в виде

$$Z_g = \int_0^{\bar{t}} [K(t)y(t) + \varphi(t)U(t)]dt, \quad (5)$$

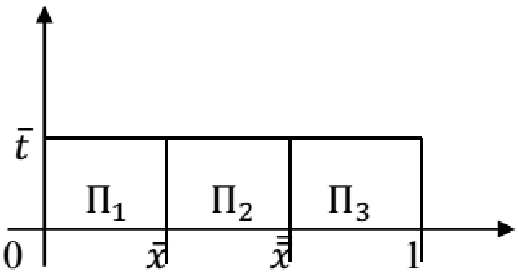
Где К(t) и φ(т) искомые функции из $L_2(0, \bar{t})$. Следуя известной технике теории наблюдаемости в линейных задачах [2], [3] выберем линейный функционал (5) так, чтобы при связях (1) - (3) выполнялось тождество

Z_g= $\int_0^{\bar{t}} g(t)$ Т ($\bar{\bar{x}}$, т)dt =$\int_0^{\bar{t}}[K(t)\mathrm{T}(\bar{x}, t) + \varphi(t)U(t)]dt$ (6)

На решениях уравнения (1) образуем тождество

$0 \equiv \int_0^1 \int_0^{\bar{t}} \psi\,(x,t) \left[\frac{\partial T\,(x,t)}{\partial t} - \mathrm{a}\frac{\partial^2 T\,(x,t)}{\partial t^2}\right] dxdt$

Здесь $\psi(x,t)$ произвольная функция имеющая непрерывные производные $\frac{\partial \psi}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ всюду в внутри прямоугольника П кроме разве лишь отрезков t ∈[0; $\bar{t}$], x=$\bar{x}$, x=$\bar{\bar{x}}$



Предполагается, что система (1)-(2) имеет решения с непрерывними $\frac{\partial T\,(x,t)}{\partial x}$. Последнее тождество сложим с уравнением (6) и пользуясь интегрированием по частям на промежутках (0, x), ($\bar{x}$, $\bar{\bar{x}}$), ($\bar{\bar{x}}$, 1) (с учетом (2) и (3)) получим

$$Z_g = \int_0^{\bar{t}} \left\{g(t) + \mathrm{a}\left[\frac{\partial \psi\,(\bar{\bar{x}}+0,t)}{\partial x} - \frac{\partial \psi\,(\bar{\bar{x}}-0,t)}{\partial x}\right]\right\} \mathrm{T}^{\text{ъ}(\bar{\bar{x}},t)}dt - \int_0^{\bar{t}}\{\mathrm{K}(t) +$$

$$+\mathrm{a}\left[\frac{\partial \psi\,(\bar{x}+0,t)}{\partial x} - \frac{\partial \psi\,(\bar{x}-0,t)}{\partial x}\right]\}\mathrm{T}(\bar{x},t)dt - \int_0^{\bar{t}} [\psi\,(\bar{\bar{x}}+0,t) -$$

$$-\psi\,(\bar{\bar{x}}-0,t)]\frac{\partial T\,(\bar{\bar{x}},t)}{\partial x}dt-a\int_0^{\bar{t}}[\;\psi\,(\bar{\bar{x}}+0,t)-\;\psi\,(\bar{\bar{x}}-0,t)]\;\frac{\partial T\,(\bar{\bar{x}},t)}{\partial x}dt-$$

$$-a\int_0^{\bar{t}}\left[\frac{\alpha}{\mu}\psi(1,\mathrm{t})+\frac{\partial\psi\,(1,t)}{\partial x}\right]T(1,\mathrm{t})dt-\int_0^1[\psi(\mathrm{x},\bar{t})T(\mathrm{x},\bar{t})dx+$$

$$+\int_0^1[\psi(\mathrm{x},0)T(\mathrm{x},0)dx+\;a\int_0^{\bar{t}}\left[\frac{\alpha}{\mu}\psi(1,\mathrm{t})-\varphi(t)\right]U(t)dt+a\int_0^{\bar{t}}\frac{\partial\psi\,(0,t)}{\partial x}T(1,\mathrm{t})dt+$$

$$+\mathrm{a}\int_0^1\int_0^{\bar{t}}\mathrm{T}(\mathrm{x},\mathrm{t})[\frac{\partial^2\psi(\mathrm{x},t)}{\partial x^2}-\frac{\partial\psi\,(x,t)}{\partial t}dxdt \qquad (7)$$

Потребуем здесь равенства нулю коэффициентов при неизвестных значениях функции $\mathrm{T}(\bar{x},\mathrm{т})$ и её производных

$\frac{\partial\psi\,(x,t)}{\partial t}-\frac{\partial^2\psi\,(x,t)}{\partial t^2}=0,\;(x;t)\in\Pi$ (8)

$\psi(\mathrm{x},0)=0,\;\;\psi(\mathrm{x},\bar{t})=0,\;\mathrm{x}\in[0.1]$ (9)

$\frac{\partial\psi\,(0,t)}{\partial x}=0,\;\mathrm{t}\in[0.\,\bar{t}]$ (10)

$\frac{a\alpha}{\mu}\psi(1,\mathrm{t})+\frac{\partial\psi\,(1,t)}{\partial x}=0,\;\mathrm{t}\in[0.\,\bar{t}]$ (11)

$a\;(\frac{\partial\psi\,(\bar{x}-0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi\,(\bar{x}+0,t)}{\partial x}=-\mathrm{K}(\mathrm{t})$ (12)

$a\;(\frac{\partial\psi\,(\bar{\bar{x}}+0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi\,(\bar{\bar{x}}-0,t)}{\partial x})=-g\,(\mathrm{t})$ (13)

$\psi\;(\bar{x}+0,t)=\psi\;(\bar{x}-0,t),\;\;\psi\;(\bar{\bar{x}}+0,t)=\psi\;(\bar{\bar{x}}-0,t)$ (14)

Итак, для функции $\psi(x,t)$ получена краевая задача(8)-(14). Пусть эта система имеет решение при некоторых функциях $[K(.),\psi(.)]$ Тогда в тождестве (7) остается

$$0\equiv\int_0^{\bar{t}}U(t)\left[\varphi(t)-\frac{a\alpha}{\mu}\psi(1,t)\right]dt$$

Отсюда заключаем: для того, чтобы выполнялось соотношение (6) при связях (1)-(3) и любом управлении $U(t)$ достаточно

$\varphi(t)=-\frac{a\alpha}{\mu}\psi(1,t)$ (15)

Итак, установлена

Теорема: Для того, чтобы имело место тождество (6) при связях (1)-(3), достаточно, чтобы существовало решение краевой задачи (8) - (15). [6]

Пусть известно, что решение T(x,t) системы (1)-(3) принадлежит множеству $\mu\in$ L, где L- линейное множество в L_2 (П[(0,1) ×(0,t)]). Пусть управление U(t)-известная функция. Возьмём некоторую функцию ψ и ρ(x, t), приближенно удовлетворяющую условиям граничной задачи (7), (11)-(15) возможны нулевые невязки:

$$\mathrm{p(x,t)}=\frac{\partial\psi(\mathrm{x},t)}{\partial t}+\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2},\qquad (\mathrm{x,t})\in\Pi$$

$p_1(x)=\psi(x,\bar{t})$, $p_0(x)=\psi(x,0)$,

$p^{(0)}(t)=\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial x}$

$p^{(1)}(t)=\frac{\partial\psi(1,t)}{\partial x}+\frac{\alpha}{\mu}\psi(1,t)$

$p^{(2)}(t)=a(\frac{\partial\psi\,(\bar{x}-0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi\,(\bar{x}+0,t)}{\partial x})-k(t)$

$p^{(3)}(t)=a\,(\frac{\partial\psi\,(\bar{\bar{x}}+0,t)}{\partial x}-\frac{\partial\psi\,(\bar{\bar{x}}-0,t)}{\partial x})-g(t)$

$p_2(t)=\psi\,(\bar{x}-0,t)-\psi\,(\bar{x}+0,t)$

$p_3(t)=\psi\,(\bar{\bar{x}}-0,t)-\psi\,(\bar{\bar{x}}+0,t)$

При такой функции $\tilde{\psi}(x,t)$ формула (6) имеет, согласно (7) погрешность

$$R(\tilde{\psi},\tilde{K},T)=\int_0^1\int_0^{\bar{t}}p(x,t)T(x,t)\,dxdt+\int_0^1 p_0(x)T(x,0)dx-\int_0^1 p_1(x)T(x,\bar{t})dx+$$
$$+\int_0^{\bar{t}}p^{(0)}(t)T(0,t)-\int_0^{\bar{t}}p^{(1)}(t)\quad T(1,t)]dt+\int_0^{\bar{t}}p^{(2)}(t)\,T(\bar{x},t)]dt+\int_0^{\bar{t}}p_2(t)\frac{\partial T(\bar{x},t)}{\partial x}dt+$$
$$+\int_0^{\bar{t}}p_3(t)\frac{\partial T(\bar{x},t)}{\partial x}dt+\int_0^{\bar{t}}p^{(3)}(t)\,T(\bar{x},t)]dt \quad (16)$$

и оценку погрешности

$$|R(\tilde{\psi},\tilde{K},T)|\le \sup_{T\in M}|R(\tilde{\psi},\tilde{K},T)|\equiv R(\tilde{\psi},\tilde{K}) \quad (17)$$

Таким образом, для повышения точности формулы (5) необходимо минимизировать величину (16) за счет выбора функции $\tilde{\psi}(x,t)$ и $\tilde{K}(t)$. Практический способ минимизации этой оценки можно выбрать в зависимости от множества L и M.

Пусть

$$M=\{T(x,t):T(x,t)\in L_2(\Pi),||T||_\rho^2<\bar{T}\} \quad (19)$$

где $||T||_\rho^2=\int_0^{\bar{t}}\rho_3T^2(0,t)dt+\int_0^{\bar{t}}\rho_4T^2(1,t)dt+\int_0^1\rho_1T^2(x,0)dx+\int_0^1\rho_2T^2(x,\bar{t})dx+\int_0^{\bar{t}}\rho_5T^2(\bar{x},t)dt+\int_0^{\bar{t}}\rho_6[\frac{\partial T(\bar{x},t)}{\partial x}]^2dt+\int_0^{\bar{t}}\rho_6[\frac{\partial T(\bar{\bar{x}},t)}{\partial x}]^2dt+$

$+\int_0^{\bar{t}}\rho_8T^2(\bar{x},t)dt+\rho_0\iint_\Pi T^2(x,t)\,dxdt.$

Здесь принято, что функции T(x,t) из множества M указанные в ограничении интегралы существуют. Тогда (16) по неравенству Коши-Буняовского (17) получает представление

$$R(\tilde{\psi},\tilde{K})=T^2(\int_0^{\bar{t}}\frac{1}{\rho_3}{p^{(0)}}^2(t)dt+\int_0^{\bar{t}}\frac{1}{\rho_4}{p_0^{(1)}}^2(t)dt+\int_0^1\frac{1}{\rho_1}{p_0}^2(x)dx+$$
$$+\int_0^1\frac{1}{\rho_2}{p_1}^2(x)dx+\int_0^{\bar{t}}\frac{1}{\rho_5}{p_2}^2(t)dt+\int_0^{\bar{t}}\frac{1}{\rho_6}{p^{(2)}}^2(t)dt+\int_0^{\bar{t}}\frac{1}{\rho_7}{p^{(3)}}^2(t)dt+$$

$+\int_0^{\bar{t}} \frac{1}{\rho_8} {p^{(4)}}^2(t)dt + \frac{1}{\rho_0} \iint_\Pi p^2(x,t)\,dxdt) \;\; ^{\frac{1}{2}}$

Будем представлять функции $\widetilde{K}(t)$ и $\widetilde{\psi}(x,t)$ в виде

$\widetilde{K}(t)=\sum_{i=1}^{n} \alpha_i K_i(t)$, $\widetilde{\psi}(x,t)=\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \psi_i(x,t)$, $g(t)=\sum_{i=1}^{n} \alpha_i g_i(t)$ (15)

Где $\{\widetilde{K}_i(t)\}$, $\widetilde{\psi}_i\{(x,t)\}$, $\{g_i(t)\}$ заданые системы базисных функций.

Для выбора функции $\widetilde{K}_i(t)$, $\widetilde{\psi}_i(x,t)$, $g_i(t)$ решим систему (7), (9)-(10), (13). Для этого сначала решим уровнение (1) в прямоугольниках $\Pi_1=(0,\bar{E})\times(0,\bar{t})$, $\Pi_2=(\bar{E},\bar{\bar{x}})\times(0,\bar{t})$, $\Pi_3=(\bar{E},\bar{\bar{x}})\times(0,\bar{t})$

$$\psi(x,t)=\begin{cases} (D\cos\omega x + \bar{D}\sin\omega x)e^{a\omega_1^2 t,} & \Pi_1 \\ (D_1\cos\omega x + \bar{D}_2\sin\omega x)e^{a\omega_2^2 t}, & \Pi_2 \\ (D_1'\cos\omega x + \bar{D}_2'\sin\omega x)e^{a\omega_2^2 t}, & \Pi_3 \end{cases} \qquad (16)$$

На линии x=0 используем условие (9). Тогда в (16)

$\bar{D}$ =0. На линии x=0 используем условие.

Тогда на решение (18) налагает условие

$$\frac{a\alpha}{\mu}(D_1'\cos\omega x + \bar{D}_2'\sin\omega x+\omega) = \omega(D_1'\cos\omega x + \bar{D}_2'\sin\omega x) \qquad (17)$$

Решение ψ(x,т) в прямоугольках и на линии x=$\bar{x}$, по условию (13):

$$D\cos\omega\bar{x}=D_1\cos\omega\bar{x}+D_2\sin\omega\bar{x} \qquad (18)$$

Теперь решение (17), (18) на прямоугольниках и согласуем на линии x=$\bar{x}$, по условию (13):

$$D_1\cos\omega\bar{\bar{x}}+D_2\cos\omega\bar{\bar{x}}+D_1'\cos\omega\bar{\bar{x}}=\bar{D}_2\sin\omega\bar{\bar{x}}+\bar{D}_2'\sin\omega\bar{\bar{x}} \qquad (19)$$

Таким образом, уравнение (1) имеет решение

$$\psi(x,t)=\begin{cases} (D\cos\omega x)e^{a\omega^2 t} & (x,t)\in\Pi_1 \\ (D_1\cos\omega x + \bar{D}_2\sin\omega x)e^{a\omega^2 t} & (x,t)\in\Pi_2 \\ (D_1^1\cos\omega x + \bar{D}_2^1\sin\omega x)e^{a\omega^2 t} & (x,t)\in\Pi_3 \end{cases} \qquad (20)$$

С условием на D, D_1, $\bar{D}_2$, D_1', $\bar{D}_2'$, ω в виде связей

$D\cos\omega\bar{x} = D_1\cos\omega\bar{x}+D_2\sin\omega\bar{x}$

$D_1\cos\omega\bar{\bar{x}}+D_2\cos\omega\bar{\bar{x}}=D_1'\cos\omega\bar{\bar{x}}+\bar{D}_2'\sin\omega\bar{\bar{x}}$

$\frac{a\alpha}{\mu}(D_1'\cos\omega + D_2'\sin\omega)= \omega(D_1'\sin\omega + \bar{D}_2'\cos\omega)$ (27)

На этих решениях уравнения (1) составим функции *K(t)* и *g (t)* по условиям (11) и (12):

$K(t)=a\omega[(D_1\text{-}D)\sin\omega\bar{x}\ \text{-}D_2\cos\omega\bar{x}\ ]$,

$g(t)= a\omega[(D_1'\text{-}D_1)\sin\omega\bar{\bar{x}} + (D_2 - D_2')\cos\omega\bar{\bar{x}}\ ]$ (21)

Построим набор констант

$$(D^{(i)},\ D_1^{(i)},\ D_2^{(i)},\ D_1^{('i)},\ D_2^{('i)},\ \omega^{(i)}\ ).$$

Как решений системы (22) и условия

$g\,(D,\omega)=(D_1'\text{-}D_1)\,sin\omega\bar{\bar{x}}+(D_2-D_2')cos\omega\bar{\bar{x}}$ (22)

Соответствующие им функции (21), (23) обозначим

$\psi_i\,(\mathrm{x,t})=e^{a\omega_i^2 t}Z_i(x)$,

$K_i\,(\mathrm{t})=e^{a\omega_i^2 t}Z_i(\bar{x})$,

$g_i\,(\mathrm{t})=e^{a\omega_i^2 t}Z_i(\bar{\bar{x}})$, (23)

Используем эти функции в сумме (15)

Таким образом, выбором функции (21) мы удовлетворили равенствам (7), (10)-(14). Тогда в (15) при подстановке (15), (16), обнулятся все невязки кроме $Z_0(x)$ и $Z_1(x)$. Напишем погрешность равенства (6) с этими невязкими.

$$R^2=\bar{T}^2\{\frac{1}{\rho_1}(\int_0^{\bar{x}}[\sum_{i=1}^n\alpha_i\,D^{(i)}\,cos\omega_i x]dx+\int_{\bar{x}}^{\bar{\bar{x}}}[\sum_{i=1}^n\alpha_i(\,D_1^{(i)}\,cos\omega_i x+D_2^{(i)}\,sin\omega_i x)]^2dx+\int_{\bar{\bar{x}}}^1[\sum_{i=1}^n\alpha_i(\,D_1^{1(i)}\,cos\omega_i x+D_2^{1(i)}\,sin\omega_i x)]^2dx)+$$
$$+\frac{1}{\rho_2}(\int_0^{\bar{x}}[\sum_{i=1}^n\alpha_i\,D^{(i)}\gamma_i cos\omega_i x]dx+\int_{\bar{x}}^{\bar{\bar{x}}}[\sum_{i=1}^n\alpha_i\gamma_i(\,D_1^{(i)}\,cos\omega_i x+D_2^{(i)}\,sin\omega_i x)]^2dx+\int_{\bar{\bar{x}}}^1[\sum_{i=1}^n\alpha_i\gamma_i(\,D_1^{1(i)}\,cos\omega_i x+D_2^{1(i)}\,sin\omega_i x)]^2dx\}$$

Здесь $\gamma_i=e^{a\omega_i^2 t}$

Минимизируем эту погрешность. Необходимые условия экстремума

$$\frac{\partial R^2(\bar{\psi}^{(n)},K^{(n)})}{\partial\alpha_j}=2\bar{T}^2\sum_{i=1}^n\alpha_i(\frac{1}{\rho_1}+\frac{\gamma_i\gamma_j}{\rho_2})[\,D^{(i)}D^{(j)}\int_0^{\bar{x}}cos\omega_i x\,cos\omega_j x dx+$$
$$+\int_{\bar{x}}^{\bar{\bar{x}}}(\,D_1^{(i)}\,cos\omega_i x+D_2^{(i)}\,sin\omega_i x)\,(D_1^{(j)}\,cos\omega_j x+D_2^{(j)}\,sin\omega_j x)dx+$$
$$+\int_{\bar{\bar{x}}}^1(\,D_1^{1(i)}\,cos\omega_i x+D_2^{1(i)}\,sin\omega_i x)\,(D_1^{1(j)}\,cos\omega_j x+D_2^{1(j)}\,sin\omega_j x)dx]=0$$

И тем самым придём к системе линейных уравнений, которую нужно решить. Здесь этим методом не наблюдаются те составляющие $cos\omega\bar{\bar{x}}$ решения T(x,t) уравнения теплопроводности (1), для которых $cos\omega\bar{\bar{x}}=0$

Этим замечанием автор обязан Л.Т.Позняку, за что эму искренне благодарен.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Работе поставлена задача об определении скорость распределения температуры стержня в фиксированный момент времени при измерении температуры в точках границы и в других точках теплопроводящего тела. Построена граничная (сопряженная) задача и найдено достаточное условие идентифицируемости проекции (коэффициент Фурье), состоящее в том, что сопряженная граничная задача имеет обобщенное решение. В случае, когда измеритель температуры стоит на границе, построена регуляризирующая задача. Получена теорема об условиях при которых погрешность регуляризации сходится к нулю. На основе необходимых условии минимума оценки погрешности формулы представления проекции (нормы невязки в сопряженной задаче) указан итеративный метоп градиентного типа для приближенного построения решения сопряженной задачи и тем самым дан способ приближенного построения искомой формулы представления проекции. Доказана сходимость метода для отыскания любой проекции в $L_2(0,1)$ исследуемого процесса теплопередачи.

ОБСУЖДЕНИЕ

При функциях $\widetilde{\psi}(x,t)$ и $\widetilde{\psi}(t)$ формула в силу имеет погрешность

$$R(\widetilde{\psi},\widetilde{K},T)=\int_0^1\int_0^{\bar{t}} p(x,t)T(x,t)\,dxdt+\int_0^1 p_0(x)T(x,0)dx-\int_0^1 p_1(x)T(x,\bar{t})dx+$$

$$+\int_0^{\bar{t}} p^{(0)}(t)T(0,t)-\int_0^{\bar{t}} p^{(1)}(t)\,T(1,t)]dt+\int_0^{\bar{t}} p^{(2)}(t)\,T(\bar{x},t)]dt+\int_0^{\bar{t}} p_2(t)\frac{\partial T(\bar{x},t)}{\partial x}dt+$$

$$+\int_0^{\bar{t}} p_3(t)\frac{\partial T(\bar{x},t)}{\partial x}dt+\int_0^{\bar{t}} p^{(3)}(t)\,T(\bar{x},t)]dt$$

и оценку погрешности

$$|R(\widetilde{\psi},\widetilde{K},T)|\leq \sup_{T\epsilon M}|R(\widetilde{\psi},\widetilde{K},T)|\equiv R(\widetilde{\psi},\widetilde{K})$$

ВЫВОД

Положим

$$q(x)=2\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cos\omega_i x$$

отсюда

$$\alpha_i=\int_0^1 q(x)\cos\omega_i x dx$$

Теперь вычислим погрешность $R^2(\widetilde{\psi},\widetilde{K})$. В этих обозначениях уравнения примут вид

$$\alpha_i(ag_i)(1+\gamma_i^2)=2\gamma_i\alpha_i$$

отсюда

$$\alpha_i=\frac{2\gamma_i\alpha_i}{(ag_i)(1+\gamma_i^2)}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.1965.
2. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.1968.
3. Иванов А.П. Кирин Н.Э. К методам наблюдаемости линейных возмущаемых систем. Дифференциальние уравнения. 1974. Т., с.788-791.
4. Исраилов И., Кирин Н.Э., Рустамов М. Д. Задачи наблюдаемости процесса нагрева. Вопросы вычислительной И прикладной математики. Т., 1988, вып. 84-166 с.