KO‘PHADLARNI KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISHDA VA IFODALARNI SODDALASHTIRISHDA HOSILANI O‘RNI

Aliqulov Yusuf Pardayevich
Sh.Rashidov nomidagi SamDU akademik litseyi,matematika fani o‘qituvchisi

Rayimqulov Pardamurod Mahmasoliyevich
Sh.Rashidov nomidagi SamDU akademik litseyi,matematika fani o‘qituvchisi

Maxmudov Inomjon Nemadullayevich
Sh.Rashidov nomidagi SamDU akademik litseyi,matematika fani o‘qituvchisi

Nazarov Madiyor Dilmurod o‘g‘li
Sh.Rashidov nomidagi SamDU akademik litseyi,matematika fani o‘qituvchisi

Annotatsiya: *Ma’lumki, maktab matematikasida hosila tushunchasini o‘qitishdan asosiy maqsad uni funksiyani tadqiq etish uchun qo‘llashdan iborat. Aslida, ushbu tushunchani qo‘llanilish sohasi ancha keng hisoblanib, funksiyani tadqiq etish bilan bog‘liq bo‘lmagan turli boshqa masalalarda ham hosiladan samarali foydalanish mumkin. Ushbu maqolada biz algebraik va trigonometrik ifodalar uchun shakl almashtirishda,xususan ularni ko‘paytuvchilarga ajratish va soddalashtirishda hosilaning qo‘llanilishiga doir bir necha misol keltiramiz. Bunda asosiy g‘oya, ifodaning hosilasi ba’zida berilgan funksiyadan ko‘ra ancha sodda shaklga ega bo‘lishi, bu esa o‘z navbatida, uning oson integrallanishi va natijada berilgan ifoda uchun izlanayotgan shakl o‘zgartirishni ortiqcha qiyinchiliksiz topish mumkinligiga asoslanadi.*

Kalit so‘zlar: *Hosila, ko‘phad, ko‘paytuvchilarga ajratish,integrallash, ifodani soddalashtirish.*

1-misol: Ushbu ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating:

$$x(y+z)^2 + y(x+z)^2 + z(x+y)^2 - 4xyz$$

Yechish: Ifodada *x* ni o‘zgaruvchi, *y* va *z* ni esa o‘zgarmas deb qarab, berilgan ifodani *f(x)* funksiya sifatida qarab, *x* ga nisbatan hosila olib

$f'(x)$=$(y+z)^2+2y(z+x)+2z(x+y)-4yz=(y+z)^2+2xy+2xz=$

$=(y+z)(y+z+2x)$ ga ega bo‘lamiz.

Demak, bu tenglikni integrallab $f(x)=(y+z)\big((y+z)x+x^2\big)+C$ ga ega bo‘lamiz, bu yerda C-o‘zgarmas, bu misolda faqatgina *y* va *z* parametrlarga bo‘liq bo‘lgan ifoda. C ni toppish uchun esa

$x(y+z)^2+y(x+z)^2+z(x+y)^2-4xyz$=$(y+z)\big((y+z)x+x^2\big)+C$

Tenglikda $x=0$ deb olamiz va $C=yz^2+zy^2$ ga ega bo‘lamiz. Bundan,

$f(x)=(y+z)\big((y+z)x+x^2\big)+yz(z+y)=(y+z)\big(y(x+z)+x(x+z)\big)=$

$(x+y)(x+z)(y+z)$ ekanligini osongina anglash mumkin.

2-misol: Ushbu ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating:

$x(y^2-z^2)+y(x^2-z^2)+z(x^2-y^2)$

Yechish: Ifodada *x* ni o‘zgaruvchi, *y* va *z* ni esa o‘zgarmas deb qarab, berilgan ifodani *f(x)* funksiya sifatida qarab, *x* ga nisbatan hosila olib

$f'(x)$=$y^2-z^2+2xy+2xz=(y+z)(y-z+2x)$ ga ega bo‘lamiz. Demak, bu tenglikni integrallab $f(x)=(y+z)\big((y-z)x+x^2\big)+C$ ga ega bo‘lamiz, bu yerda C-o‘zgarmas, bu misolda faqatgina *y* va z parametrlarga bo‘liq bo‘lgan ifoda. C ni toppish uchun esa

$x(y^2-z^2)+y(x^2-z^2)+z(x^2-y^2)$=$(y+z)\big((y-z)x+x^2\big)+C$

Tenglikda $x=0$ deb olamiz va $C=-yz^2-zy^2$ ga ega bo‘lamiz. Bundan,

$f(x)=(y+z)\big((y-z)x+x^2\big)-yz(y+z)=(y+z)\big(y(x-z)+x(x-z)\big)==$

$(x+y)(x-z)(y+z)$ ekanligini osongina anglash mumkin.

3-misol: Ifodani soddalashtiring:

$(a+b+c)^3-(a+b-c)^3-(b+c-a)^3-(c+a-b)^3$

Yechish: Berilgan ifodani *f(a)* deb belgilab,*a* ga nisbatan hosila olib quyidagiga ega bo‘lamiz:

$f'(a)$ =3($(a+b+c)^2-(a+b-c)^2+(a+c-b)^2-(c+a-b)^2$)=3$\big(2(a+b)\cdot 2c+2(a-b)\cdot(-2c)\big)=24bc,\ f(a)=24abc+C,$

$C=f(0)=(b+c)^3-(b-c)^3-(b+c)^3-(c-b)^3=0$

Demak, berilgan ifoda $24abc$ ga teng ekan.

Keyingi misolda berilgan ifoda kvadrat uchhaddan iborat, biroq uni yaqqol ushbu ko‘rinishda ifodalash talaygina vaqt talab etuvchi hisoblashlarni taqozo etadi. Aynan shunday hollarda hosila yordamida ko‘paytuvchilarga ajratish texnik nuqtai nazardan ancha sodda hisoblanadi.

4-misol: Ushbu ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajrating:
$((a-c)^2+(b-d)^2)(a^2+b^2)-(ad-bc)^2$

Yechish: Berilgan ifodada *c* o‘zgaruvchi eng kichik daraja bilan qatnashganligi sababli,uni *f(c)* funksiya sifatida qaraymiz hamda *c* ga nisbatan hosila olib quyidagiga ega bo‘lamiz:

$f'(c)=-2(a-c)(a^2+b^2)+2b\,(ad-bc)$ $=-2a^3-2ab^2+2a^2c+2b^2c+2abd-2b^2c=2a(ac-b^2+bd-a^2)$

Demak, bu tenglikni integrallab, quyidagiga ega bo‘lamiz

$f(c)=(ac-b^2+bd-a^2)^2+C$, bu yerda C-faqat *a,b,d* ga bog‘liq bo‘lgan ifoda. So‘ngra,

$$((a-c)^2+(b-d)^2)(a^2+b^2)-(ad-bc)^2=(ac-b^2+bd-a^2)^2+C$$

Ayniyatga *c*=*a* ni qo‘yib, $C=(b-d)^2(a^2+b^2)-a^2(b-d)^2-(-b^2+bd)^2$=$(b-d)^2(a^2+b^2-a^2-b^2)=0$ ga ega bo‘lamiz. Shunday qilib, berilgan ifoda $(ac-b^2+bd-a^2)^2$ ga teng ekan.

5-misol: Ushbu ifodani ko‘paytuvchilarga ajrating:
$cos^2x+cos^2(x+y)-2cosxcosycos(x+y)$

Yechish: Berilgan ifodani *f(x)* deb belgilab, *y* ni o‘zgarmas deb olib, hosila olib quyidagiga ega bo‘lamiz:

$f'(x)=-sin2x-sin2(x+y)+2cosy\big(sinxcos(x+y)+cosxsin(x+y)\big)==-2\sin(2x+y)\,cosy+2cosysin(2x+y)=0$, bu tenglikni integrallab, quyidagiga ega bo‘lamiz $f(x)=C$.

$$cos^2x+cos^2(x+y)-2cosxcosycos(x+y)=C$$

Ushbu ayniyatga $x=\frac{\pi}{2}-y$ ni qo‘yib $C=sin^2y$ ni hosil qilamiz. Demak, berilgan ifoda sin^2y ga teng ekan.

Yuqorida misollardan ko‘rinadiki, o‘zgarmasni aniqlashda differensiallash amalga oshirilgan o‘zgaruvchiga, imkon qadar sodda ifoda hosil bo‘ladigan qiymatni berish maqsadga tez olib boradi. Bunday qiymatni tanlash, nazarimizda, o‘quvchining intuitsiyasini rivojlantiradi.

6-misol: Ushbu yig‘indini hisoblang:
$1+2\cdot\frac{1}{2}+3\cdot(\frac{1}{2})^2+\ldots+100\cdot(\frac{1}{2})^{99}$

Yechish: Berilgan ifodani $\frac{1}{2}=x$ deb belgilasak , yig‘indi quyidagi ko‘rinishga keladi

$f(x)=1+2x+3x^2+\cdots+100x^{99}$

Bu funksiyani integrallab quyidagiga ega bo‘lamiz

$F(x)=x+x^2+x^3\ldots+x^{100}$ bundan, geometric progressiyaning yig‘indisi formulasidan foydalanib, $F(x)=\frac{x-x^{101}}{1-x}$ ga ega bo‘lamiz. Demak,

$f(x) = F'(x)$ bo‘lganligidan $f(x) = F'(x) = \frac{(1-101x^{100})(1-x)-(x-x^{100})(-1)}{(1-x)^2} = \frac{1-102x^{100}+101x^{101}}{(1-x)^2}$.

So‘ngra, x ni o‘rniga $\frac{1}{2}$ ni qo‘yib yig‘indining qiymati quyidagiga tengligini aniqlaymiz: $4 \cdot (1 - 103 \cdot 2^{-101})$

Xulosa qilib aytganda, ayrim ko‘phadlarni ko‘paytuvchilarga ajratishda yoki ifodalarni soddalashtirishda ananaviy usullar bilan yechish ancha qiyinchilik tug‘diradi. Biz yuqorida ko‘rsatib bergan usul bilan yechish ancha qulay hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. I.F.Sharigin: Fakultativniy kurs po matematike, Moskva 1989
2. Leybson K.L: Sbornik praktichiskix zadaniy po matematike, Moskva 2009
3. A.X.Shaxmestr: Uravneniya, Moskva 2011
4. E.D. Kulanin, i.d : 3000 konkursnix zadach po matematike, Moskva 2003