BOSHQARUVLAR ARALASH CHEGARALANISHLI BO‘LGAN HOL UCHUN YOPIQ SODDA GRAFLARDA QUVISH-QOCHISH MASALASI

Shayxislom G‘ayniddinov Tolibjon o‘g‘li
Namangan davlat universiteti,
Oliy matematika kafedrasi o‘qituvchisi.

Annotatsiya: *Ushbu maqolada* R^n *fazoda berilgan yopiq graf ustida harakatlanuvchi bitta quvlovchi va bitta qochuvchi bo‘lgan hol uchun tutish-qochish masalas io‘rganiladi. Bu yerda quvlovchining boshqaruv funksiyasiga integral chegaralanish yani energiya boyicha chegaralanish, qochuvchining boshqaruv funksiyasiga esa geometric chegaralanish qoyilgan hol uchun tutish va qochish shartlari topilgan.*

Kalit so‘zlar: *graf, quvlovchi, qochuvchi, tezlik, geometric chegaralanish, integral chegaralanish, strategiya, optimal tutishvaqti.*

1. Kirish

Graflar nazariyasi tadbiqi matematikaning muhim bo‘limlaridan bo‘lib bugungi kunda juda ko‘p soxalarda o‘z tadbiqlarini topmoqda. Ayniqsa axborot texnologiyalar soxasida muhim o‘rin egallaydi. Graflar nazariyasi iqtisodiy masalalarni yechishda muhim o‘rin tutadi. Misol tariqasida transport masalasini aytish mumkin. Internet tarmog‘ida har bir axborot qabul qiluvchi moslama grafni uchi bo‘lsa, bu tarmoqlarni tutashtiruvchi kesma yoki yo‘l grafning qirrasi bo‘ladi.

Biz bevosita graflar ustida quvish – qochish masalasini o‘rganishimiz mumkin. Bugungi kunga qadar differensial o‘yinlarda quvish-qochish masalalari turli chegaralanishli holler uchun quyidagi ishlarda ko‘rilgan [1-6]. Boshqaruvlar faqat geometric chegaralanishli holler uchun muntazam ko‘p yoqlilar ustida quyidagi ishlarda tutish-qochish masalalari o‘rganilgan [7-9]. Ushbu maqolada soda yopiq garaflarda boshqaruvlar turli chegaralanishli hollarda tutish-qochish masalalari ko‘riladi.

2. Masalaning qo‘yilishi

M – geometric graf R^n fazoda berilgan bo‘lsin. Faraz qilaylik bu graf 3ta uchdan va 3ta birlik qirradan iborat shu qirralar ustida P- quvlovchi E- qochuvchi obyektlar berilgan bo‘lsin harbir t vaqtda ularning harakat tenglamalarini

$$\frac{d(P(t))}{dt} = u \qquad (1)$$

$$\frac{d(\mathrm{E}(t))}{dt} = v \qquad (2)$$

$P(t)$ –quvlovchining t vaqtdagi holati. $\mathrm{E}(t)$-qochuvchining t vaqtdagi holati. Faraz qilaylik $t=0$ vaqtda boshlansin va shu vaqtda $P(0)=\mathrm{P}_0$, $\mathrm{E}(0)=E_0$ bo‘lsin.
P_0, E_0 obyektlar boshlang‘ich holatlari deb ataymiz. u- quvlovchining tezligi bo‘lib bu tezlikni Lebeg ma’nosidagi funksiya sifatida tanlaymiz $u(\cdot):[0:\infty) \to R^n$ va bu funksiya uchun quyidagi chachegaralanishni bajarilishini talab qilamiz

$$\int_0^\infty |u(s)|^2\, ds \le 1.(3)$$

(3) chegaralanishni fizik ma’nosi energiya bo‘yicha chegaralanish bo‘lib quvlovchi energiyasi bir-birlik ekanligini bildiradi.

Qochuvchining tezligi v - t vaqtga bog‘liq funksiya bo‘lib bu funksiyani ham $\mathrm{v}(\cdot):[0:\infty) \to R^n$ Lebeg ma’nosida o‘lchanuvchi sifatida tanlaymiz va bu funksiya uchun

$$|v(t)| \le 1 \qquad t \ge 0\,(4)$$

(3) chegaralanishni integral chegaralanish deymiz va uni qanoatlantiruvchi funksiyalar sinfi U_I, (4) chegaralanishni qanoatlantiruvchi funksiyalar sinfi V_G deb belgilaymiz.

P – quvlovchi yutuqqa erishadi deymiz agar shunday t mavjud bo‘lsaki $P(t)=E(t)$ (5) bo‘lsa, E – qochuvchi yutuqqa erishadi deymiz agar ixtiyoriy $t \ge 0$ uchun $P(t) \ne E(t)$ (6)

Tarif 1. Quvlovchining strategiyasi deb shunday funksiyaga aytamiz $u(\,t, E(t), v(t))$ bu funksiya t bo‘yicha o‘lchanuvchi qolgan o‘zgaruvchilar uchun uzluksiz bo‘lsin va uning reolizatsiyasi (3) chegaralanishni qanoatlantirsin.

Tarif 2. Quvlovchining strategiyasi yutuqli deyiladi agar qochuvchi $\forall v(\cdot)\epsilon V_G$ bo‘lganda ham $\exists t$ mavjud bo‘lsaki bunda (5) tenglik o‘rinli bo‘lsa.

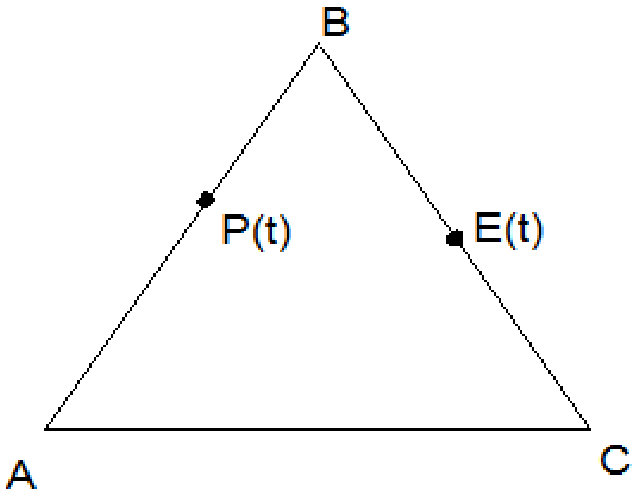
Tarif 3. Qochuvchining strategiyasi deb shunday funksiyaga aytamizki $v(t,\big(P(t)\big)$ bu funksiya t bo‘yicha o‘lchanuvchi P bo‘yicha uzluksiz bo‘lsin va uning (4) chegaralanish o‘rinli bo‘lishi lozim.

Tarif 4. Qochuvchining strategiyasi yutuqli deyiladi agar $\forall u(\cdot)\epsilon V_I$ uchun barcha $\forall t \ge 0$ (6) tengsizlik o‘rinli bo‘lsa.

3. Masalaning yechilishi

Farazqilamiz n o‘lchovlifazoda ABC uchburchak berilgan har bir tomoni birlik kesmadan iborat. Bu uchburchakni qirralaridan o‘zaro ustma-ust tushmaydigan P_0 va

E_0 boshlang‘ich holatlar ko‘rsatilgan ularning orasidagi masofa deb ularni tutashtiruvchi eng qisqa yo‘lga aytamiz.



$|P_0E_0| = z_0$ deb olaylik, ixtiyoriy harakatlanganda ham 2 ta obyekt orasidagi masofani ham uchburchak ustida shunday qaraymiz.

Boshlang‘ich t=0 vaqtdan biror T vaqtgacha quvlovchi harakatlanib kesma ustida qochuvchi bilan T vaqtda ustma-ust tushsin deb farazqilamiz. U holda quyidagi tenglik o‘rinli bo‘lishi kerak:

$$T|u| = T|v| + |z_0| \quad (7)$$

$$T|u|^2 = 1 \quad . \quad (8)$$

Buning uchun (7) tenglikni ikki tomonini kvadratga ko‘taramiz:

$$T^2|u|^2 = T^2|v|^2 + 2T|v||z_0| + |z_0|^2,$$

$$T = T^2 + 2T|z_0| + |z_0|^2,$$

$$T^2 + (2|z_0| - 1)T + |z_0|^2 = 0,$$

$$T_{1,2} = \frac{-(2|z_0| - 1) \pm \sqrt{1 - 4|z_0|}}{2}, \quad (9)$$

(9) yechimi mavjud bo‘lishi uchun $1 - 4|z_0| \geq 0$ bo‘lishi kerek bu yerdan esa $|z_0| \leq \frac{1}{4}$ bo‘lganda $T_{1,2}$ ning qiymatini hisoblasak ikkala holatda ham musbat bo‘ladi shuning uchun tezroq tutish vaqti deb T_2 ni olamiz, ya’ni

$$T_2 = \frac{1 - 2|z_0| - \sqrt{1 - 4|z_0|}}{2}$$

Endi, (7) va (8) tengliklarni hisobga olsak

$$T^2|u|^2 = T^2|v|^2 + 2T|v||z_0| + |z_0|^2$$

$$T = T^2|v|^2 + 2T|v||z_0| + |z_0|^2$$

$$T_{1,2} = \frac{-(2|v||z_0|-1) \pm \sqrt{1-4|v||z_0|}}{2|v|^2}$$

$$T_2 = \frac{1-2|v||z_0| - \sqrt{1-4|v||z_0|}}{2|v|^2} = \frac{2|z_0|^2}{1-2|v||z_0| + \sqrt{1-4|v||z_0|}}$$

$$|u| = |v| + \frac{|z_0|}{|T(v)|}$$

$$|u|_* = |v|_* + \frac{1-2|v|_*|z_0|_* + \sqrt{1-4|v|_*|z_0|_*}}{2|z_0|_*} \quad (10)$$

$$T^* = \frac{2|z_0|^2}{1-2|z_0| + \sqrt{1-4|z_0|}}.$$

Natijada biz quyidagi teoremani keltirishimiz mumkin

Teorema1. Agar $|z_0| \le \frac{1}{4}$ bo‘lsa quvlovchi (10) strategiya yordamida o‘yinni $[0;T^*]$ vaqtgacha yakunlaydi.

Qochuvchi quvlovchini doimiy kuzatib turganligi uchun oraliq masofani $\frac{1}{4}$ dan katta qilib saqlab turish imkoniyatiga ega. Bu holda quyidagi teorama bajariladi.

Teorema2. Agar $|z_0| > \frac{1}{4}$ bo‘lsa qochuvchi uchun shunday strategiya mavjudki uning yordamida o‘yinchilar ustma-ust tushmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azamov A.A. About the quality problem for the games of simple pursuit with the restriction, Serdika. Bulgarian math. spisanie, 12, 1986, - p. 38-43.
2. Azamov A.A., Samatov B.T. The П-Strategy: Analogies and Applications, The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. - p. 33-47.
3. Chikrii A.A. Conflict-controlled processes, Boston-London-Dordrecht: Kluwer Academ. Publ., 1997, – 424 p.

4. Petrosjan L.A. The Differential Games of pursuit, Leningrad, LSU, 1977, - 224 p.
5. Pshenichnyi B.N. Simple pursuit by several objects. Cybernetics and System Analysis. 1976. 12(3): - p. 484-485. DOI 10.1007/BF01070036.
6. Pshenichnyi B.N., Chikrii A.A., and Rappoport J.S. An efficient method of solving differential games with many pursuers, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 1981. - p. 530-535 (in Russian).
7. Azamov A., Kuchkarov A., Holboyev A., Pursuit-Evasion Game on the 1-skeletion of Regular Polyhedrons. Seventh International Conference on Game theory and Management. 26-28 June, 2013. Sankt-Petersburg.
8. Абдулла А.Азамов, АтамуратШ.Кучкаров, АзаматГ.Холбоев. Игра преследования-убегания на реберном остове правильных многогранников I., Математическая Теория Игр и её Приложения. Т.7, в.3, с. 3-15. 2015 г.
9. A.A. Azamov, A.Sh. Kuchkarov, A.G. Holboyev. The pursuit-evasion game on the 1-skeleton graph of regular polyhedron. I. Automation and Remote Control, 2017, Vol. 78, No. 4, pp. 754–761.