KASR TARTIBLI HOSILA TUSHUNCHASI

Latipova Shahnoza Salim qizi
Osiyo Xalqaro Universiteti
"Umumtexnik fanlar" kafedrasi o'qituvchisi
slatipova543@gmail.com

ANNOTATSIYA

Maqolada kasr tartibli hisiblash rivojlanishining qisqacha tarixiy sharxi berilgan, butun sonli bo'lmagan hosilalar bilan ishlash uchun matematik tahlilning maxsus funksiyalari qaralgan. Kaput ova Riman – Liovilning kasr tartibli hosilalari qaralgan.

Kalit so'zlar: Kasr tartibli tenglama, Caputo kasr tartibli hosilasi, Riman-Liovil kasr tartibli hosilasi, Gamma funksiya.

Kasr tartibli hosilalarni aniqlashga bo'lgan birinchi urunishlar. $f'(x)$ hosilasi tushunchasi paydo bo'lishi bilanoq, darhol savol tug'ildi: $f^{\left(\frac{1}{2}\right)}(x)$ ning hosilasini aniqlash mumkin-mi? 1695 yilda G. Leybnits (1646-1716) Lopitalga (Matquis de L'Hopital (1661-1704) yozgan maktublarida $\frac{1}{2}$ tartibli hosilalarni ko'rib chiqish imkoniyati haqida bir qancha fikrlarni bildirgan.

Kasr tartibli hosila va differensial tushunchalari ilk bora G. W. Leybnits qo'l yozmalarida uchratish mumkin. Ya. Bernulli unga yozgan xatlarining birida ikkita funksiyaning ko'paytmasining hosilasi haqidagi teorema agar hosila kasr tartibli bo'lgan holda ham o'rinli bo'ladimi deb so'ragan. G. W. Leybnits (G. W. Leibniz) 1695 yil 30 sentyabrda G. Lopitalga va 1697 yil 28 mayda Wallisga yozgan xatlarida $\frac{1}{2}$ tartibli differensial va hosilani olishning bir nechta usullari haqida aytib o'tgan.

Birinchi qadamni 1739-yilda L. Eyler qo‘ydi va u darajali funksiyaning

$$\left(x^n\right)^{(k)} = \frac{n!}{(n-k)!}x^{n-k} \tag{1.1}$$

hosilasi butun bo‘lmagan k uchun ma’noga ega bo‘lishini payqadi. Shu munosabat bilan u umumlashgan faktorialni kiritdi, biz uni hozir Eylerning gamma funksiyasi deb ataymiz:

$\Gamma(s+1) = s\Gamma(s)$, $\Gamma(n) = (n-1)!$.

1812 yil kasr tartibli hosilalarni

$\int f(t)t^{-x}dt$ integral ko‘rinishda hisoblash usuli P.S.Laplas tomonidan joriy qilingan. S.Lyakrua 1820 yil L.Eyler g‘oyasini takrorlab darajali funksiyalarning

$\frac{1}{2}$ kasr tartibli hosilalarni hisoblashning aniq formulasini keltirib chiqardi.

Funksiyalarning keng sinfini darajali qatorlar shaklida yozish mumkinligi sababli, bunday funksiyalar uchun kasr tartibli hosilalarni shu tarzda aniqlash mumkin.

Keyingi qadamni 1822 yilda J. Fury’e (1768-1830) qo‘yib, butun bo‘lmagan tartibli hosilani aniqlash uchun quyidagi tenglikdan foydalinishni taklif qildi:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k e^{ikx}, \quad f_k = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(y)e^{-iky}dy,$$

$$f^{(k)}(x) = \sum_{k=0}^{\infty}(ik)f_k e^{ikx}. \tag{1.2}$$

Bu har qanday musbat tartib va har qanday (yetarlicha “yaxshi”) funksiya hosilasining birinchi ta’rifi edi.

Yuqorida keltirilgan faktlar faqat kasr hisobning tarixidan oldingi davrdir. Haqiqiy hikoya N. Abel (1802-1829) va J. Liuvill (1809-1882) asarlaridan boshlangan. 1823 va 1826 yillarda nashr etilgan asarlarida N. G. Abel Tautoxron muammosini o'rganib chiqdi. Bu muammoni yechish uchun u integral tenglamani oldi:

$$A_\alpha \varphi(x) = \int_a^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^\alpha} = f(x), \qquad x > a, \ 0 < \alpha < 1, \qquad (1.3)$$

bu yerda $\varphi(t)$ Tautoxron masalaning yechimini beruvchi egri chiziq.

Abel bu tenglamani yechdi va A_α ga teskari operatorni topdi:

$$\varphi(x) = R_\alpha f(x). \qquad (1.4)$$

Keyinchalik ma'lum bo'lishicha, A_α bu $1-\alpha$ tartibli kasr integratsiya amali,

R_α esa kasr differensiallash amalidir. Biroq, bu ta'riflar keyinroq paydo bo'ldi.

J. Liouville 1832 – 1837 yillarda uni kasr tartibli integral va differensiallar nazariyasini asoschisi deyishga haqli bir nechta maqolalar chop qildi.

J.Liouville 1832 yilda ko'rsatkichli funksiyalar va $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k e^{a_k x}$ ko'rinishda yozish mumkin bo'lgan funksiyalar uchun kasr tartibli differensial tushunchasini quyidagicha aniqladi:

$$D^p f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k a_k^p e^{a_k x}, \qquad (1.5)$$

bu yerda p – ixtiyoriy kompleks son

J.Liuvill asarlaridan keyin B. Riman (1826-1866) asarini muhim o'ringa qo'yish kerak. B.Riman biz hozir qo'llayotgan integro-differensiallash nazariyasini yaratdi: u kasr integral va hosilalarni aniqladi va ularning xossalarini o'rganadi. Bu asarlar turkumini 1847 yilda talabalik yillarida tugatgan, ammo ular vafotidan 10 yil o'tib, 1876 yilda nashr etilgan.

Keyinchalik ko'pgina matematiklar tomonidan kasr tartibli integral va differensial tushunchalari kiritildi. Ammo bu aniqlangan ta'riflar ichida X. Holmgren (Hj. Holmgren) va B. Riman (B. Riemann) lar tomonidan aniqlangan kasr tartibli integral tushunchalari Liouville tomonidan aniqlangan ta‘rifga yaqin bo‘lib, u quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\frac{1}{\Gamma(\mu)}\int_0^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\mu}}dt, \quad x>0. \qquad (1.6)$$

Kasr tartibli hosilalarning mashhurlik davri 1960 - 1970 yillarda tan olingan. 1974 yilda Nyu-Havenda Sobir Umarov tomonidan juda ko‘p ochiq muammolar ko‘rilgan. Oddiy hosilalarning jadvali mavjud, ammo kasr tartibli hosilalar uchun aniq jadval keltirilmagan.

Olimlarning kasr tartibli hisoblashga bo‘lgan qiziqishlarining yangi to‘lqini 1974 yilda “Kasr tartibli hisoblash” (K.B.Oldham, J.Spanier) kitobi nashr etilgandan so‘ng paydo bo‘lgan. Ushbu kitobda kasr tartibli hisoblash nazariyasi tizimli ravishda keltirilgan. Shu vaqtdan boshlab turli xil jurnallarning tematik sohalari paydo bo‘la boshlagan, ular ilm-fan, texnika, tabiatshunoslikning turli sohalarida kasr tartibli hisoblashni qo‘llashga bag‘ishlangan. Hozirgi vaqtda kasr tartibli hisoblash nazariy jihatdan ham, amaliy jihatdan ham zo‘r rivojlanish bosqichida. Kasr tartibli differensial tenglamalar ko‘pgina matematiklar tomonidan o‘rganilgan. Bu haqda ma’lumotlar bilan S.G.Samko, A.A.Kilbas va O.I.Marichevlar ishida tanishishingiz mumkin.

Kasr sonlar haqida albatta o‘rta maktabning quyi sinflaridanoq ma’lumot beriladi. Bizda butun tartibli hosilalar haqida tushunchalar bo‘lgani uchun tartibi haqiqiy musbat son (kasr ham bo‘lishi mumkin) bo‘lgan holda hosila tushunchasini aniqlaymiz va differensial hisob haqidagi bilimlarni kengaytiramiz.

D sifatida (klassik) differensiallash operatorini I sifatida (klassik) integrallash operatorini tushunamiz.

$$D=\frac{df}{dx}, \qquad I=\int_0^x f(y)dy. \qquad (1.7)$$

Bizda quyidagi ayniyat bor: $DIf = f$.

Isbot .

$$DIf = \frac{d}{dx}\int_0^x f(y)dy = f$$

Demak , D operator I operatorning chap tomondan teskari operatori. Shuningdek , ixtiyoriy $\forall m \in N$ uchun:

$$D^m I^m = J$$

Ayniyat ham o‘rinli. Bu yerda J –birlik operator.

m-tartibli differensial operator, xuddi shunday tartibli integrallash operatoriga chapdan teskari operator ekan. Endi m-tartibli integral operatorni aniqlab olaylik, 1-tartibli integral:

$$I = \int_0^x f(y)dy,$$

2-tartibli integral esa quyidagicha aniqlanadi:

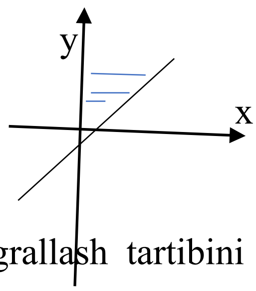
$$I^2 f(x) = I[If](x) = \int_0^x [If](y)dy = \int_0^x\int_0^y f(t)dtdy.$$

Bu karrali integral bo‘ldi.

Integrallash sohasini chizamiz va integral chegaralari o‘zgartiramiz.

$$\int_0^x\int_0^y f(t)dtdy = \int_0^x f(t)\left[\int_t^x (1)dy\right]dt = \int_0^x f(t)(x-t)dt.$$

1-rasm



bu yerda $0 < t < y < x$.

1-rasmda tasvirlangan soha integrallash to‘plami bo‘lib, integrallash tartibini o‘zgartirildi. Xuddi shu usul yordamida I^3 ni ham hisoblaymiz. Unda ham integrallash tartibini 1-rasm asosida o‘zgartiramiz.

$$I^3 f(x) = I\left[I^2 f\right](x) = \int_0^x \left[I^2 f\right](y)dy = \int_0^x \int_0^y f(t)(y-t)dtdy =$$

$$= \int_0^x f(t)\left(\int_t^x (y-t)dy\right)dt = \int_0^x f(t)\frac{(x-t)^2}{2!}dt$$

Shu yo‘l bilan $I^4, I^5, ..., I^m$ ... larni ketma ket hisoblab chiqilganda quyidagi umumiy formula hosil bo‘ladi:

$$I^m f = \frac{1}{(m-1)!}\int_0^x f(t)(x-t)^{m-1}dt. \qquad (1.8)$$

Ana endi biz m-tartibli integral operatorning umumiy ko‘rinishini topib oldik. Bu yerda m albatta nomanfiy butun son. Shu yerda m ni biror haqiqiy musbat son bilan almashtirish mumkinmi? Agar mumkin bo‘lsa bu formula qanday ko‘rinishga ega? Ifodada m ni haqiqiy deb qarashda $(m-1)!$ soni halaqit beradi. Bu muammoni hal qilishda Eyler ning xosmas integrallari yordam beradi.

Kasr tartibli hosilalar asosan pandimeya davrida karonavirus pragnozi uchun keng foydalanilgan. Sabablarining asosiysi karonavirus issiqlikda tezroq yoki sekinroq tarqalishi.

Hozirgi kunda rivojlanib kelayotgan yo‘nalish hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YHATI

1. S. S. qizi Latipova, (2023). RIMAN-LUIVILL KASR TARTIBLI INTEGRALI VA HOSILASIGA OID AYRIM MASALALARNING ISHLANISHI. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(12), 216-220.

2. S. S. qizi Latipova, (2023). MITTAG–LIFFLER FUNKSIYASI VA UNI HISOBLASH USULLARI. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(9), 238-244.

3. Shahnoza, L. (2023, March). KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA VA BOSHLANG‘ICH FUNKSIYANI ANIQLASH BO‘YICHA

TESKARI MASALALAR. In *" Conference on Universal Science Research 2023"* (Vol. 1, No. 3, pp. 8-10).

4. Jurakulov, S. Z. (2023). NUCLEAR ENERGY. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(10), 514-518.

5. S. S. qizi Latipova, (2023). RIMAN-LUIVILL KASR TARTIBLI INTEGRALI VA HOSILASIGA OID AYRIM MASALALARNING ISHLANISHI. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(12), 216-220.

6. S. S. qizi Latipova, (2023). MITTAG–LIFFLER FUNKSIYASI VA UNI HISOBLASH USULLARI. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(9), 238-244.

7. Oghly, J. S. Z. (2023). PHYSICO-CHEMICAL PROPERTIES OF POLYMER COMPOSITES. *American Journal of Applied Science and Technology*, *3*(10), 25-33.

8. Oghly, J. S. Z. (2023). THE RELATIONSHIP OF PHYSICS AND ART IN ARISTOTLE'S SYSTEM. *International Journal of Pedagogics*, *3*(11), 67-73.

9. Sharipova, M. P. L. (2023). CAPUTA MA’NOSIDA KASR TARTIBLI HOSILALAR VA UNI HISOBLASH USULLARI. *Educational Research in Universal Sciences*, *2*(9), 360-365.

10. ГОСТAxmedova Z. I. LMS TIZIMIDA INTERAKTIV ELEMENTLARNI YARATISH TEXNOLOGIYASI //Educational Research in Universal Sciences. – 2023. – Т. 2. – №. 10. – С. 368-372.