ПРОЕКТ «ВНЕАУДИТОРНАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

Нарбаева Айнур Джуракуловна
Магистрант, Методика преподавания точных и естественных наук(математика)
Ташкентский государственный педагогический университет имени Низами

АННОТАЦИЯ

Учебные проекты по математическому анализу направлены на систематизацию знаний по дисциплине, на установление взаимосвязей между отдельными понятиями, положениями всего курса, на взаимосвязь различных содержательно-методических линий предмета, что способствует углублению знаний и обеспечивает целостное восприятие курса математического анализа. При отборе содержания учебных проектов делается упор на взаимосвязь и взаимозависимость понятий, тем, разделов курса математического анализа через аналогию, обобщение, соподчиненность различных объектов, что обеспечивает взаимосвязь между различными учебными проектами. Покажем на конкретном примере такую связь. На 1 курсе по математическому анализу изучаются следующие раздел Применение производной

Ключевые слова: *Траектория , математический анализ, формирование умения проектной деятельности, вычисления производной.*

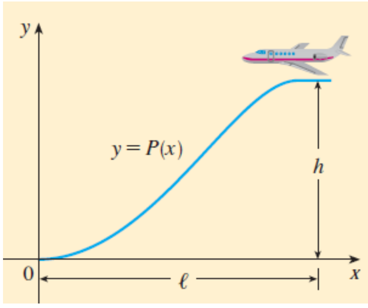
Внеаудиторная самостоятельная работа - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, творческая работа обучающихся, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Время диктует требования к личным качествам студента, умение самостоятельно пополнять и обновлять знания становятся наиболее актуальными. Повышается роль самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиливается ответственность преподавателя за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание их творческой активности и инициативы.

Основная задача образования заключается в формировании творческой личности специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Решение этой задачи вряд ли возможно только путем передачи знаний в готовом виде от преподавателя к обучающемуся. Необходимо перевести обучающегося из пассивного потребителя знаний в активного их творца, умеющего сформулировать проблему, проанализировать пути ее решения, найти оптимальный результат и доказать его правильность. Следует признать, что самостоятельная работа обучающихся является не просто важной формой образовательного процесса, а должна стать его основой.

Где пилот должен начать спуск?

Траектория захода на посадку самолета показана на рисунке и удовлетворяет следующим условиям:



(i) Крейсерская высота h когда снижение начинается на горизонтальном расстоянии ℓ от приземления в исходной точке.

(ii) Пилот должен поддерживать постоянную горизонтальную скорость.вна протяжении всего спуска.

(iii) Абсолютное значение вертикального ускорения не должно превышать постояннойk(что намного меньше, чем ускорение свободного падения)

Вопрос 1: Найдите кубический многочлен P(x)= ax^3+bx^2+cx+d который удовлетворяет условию (i) путем наложения подходящих условий на P(x) а также $P'(x)$ в начале снижения и при приземлении.

Условие (i) подразумевает

P(x=0)=0, P(x=l)=h и P′(x=0) P′(x=l)=0 тоже P(x)=ax^3+bx^2+cx+d

Так P(x=0)=a$(0)^3+b\cdot 0^2+c\cdot 0+d$ $\Longrightarrow$ d=0 ($\because$ $P(x=0)=0$) (1)

$\therefore$ P(x)= ax^3+bx^2+cx

В дальнейшем, *P(x=l)=* al^3+bl^2+cl *и P(x=l)=h*

$$\Longrightarrow al^3+bl^2+cl=h \quad или\; al^2+bl+c=\frac{h}{l} \qquad (2)$$

Тоже , $P'(x)=3ax^2+2bx+c$

Так $P'(x=0)=3a\bullet 0^2+2b\bullet 0+c$ $\Longrightarrow c=0$ (3)

Тогда P(x)= ax^3+bx^2 $\Longrightarrow$ $P'(x)=3ax^2+2bx$

$P'(x=l)=0$ $\Longrightarrow al^3+bl^2=0$ $\Longrightarrow$ $3al+2b=0$ ($\because l>0$) (4)

Из (2) и (3) $al^2+bl=\frac{h}{l}$ ($\because$c=0)

Или $al+b=\frac{h}{l^2}$

и $3al+2b=0$ (из (4))

$\Longrightarrow b=-\frac{3}{2}al$

Подставьте b в приведенное выше уравнение, чтобы получить

$$al - \frac{3}{2}al = \frac{h}{l^2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}al = \frac{h}{l^2}$$

$$a = -\frac{2h}{l^3}$$

Так, $b = -\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2h}{l^3}\right) l \Rightarrow b = \frac{3h}{l^2}$

$\because$ P(x)= $ax^3 + bx^2$

$(a = -\frac{2h}{l^3},\ b = -\frac{3}{2}al,\ c = d = 0)$

$\therefore P(x) = \left(-\frac{2h}{l^3}\right) x^3 + \left(\frac{3h}{l^2}\right) l^2$ (5)

Вопрос 2. Используйте условия (ii) и (iii), чтобы показать, что $\frac{6hv^2}{l^2} \leq k$

Условие (ii) подразумевает $\left|\frac{dx}{dt}\right| = v$ (6)

$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ ($\because$скорость постоянна, следовательно, ускорение равно нулю) (7)

Вопрос 3: Предположим, что авиакомпания решает не допускать, чтобы вертикальное ускорение самолета превышало k=860(миль/h^2). Если крейсерская высота самолета 35,000 (футов), а скорость 300(миль/h), на каком расстоянии от аэропорта пилот должен начать снижение?

Здесь k=860$\frac{\text{mi}}{\text{h}^2}$, h=35000 , f t =$\frac{35000}{5280}$ mi

Так $\text{h} = \frac{875}{132}\,\text{mi}$ и $\text{v} = 300\,\frac{\text{mi}}{\text{h}}$

Замените значения k, v и h в уравнении (2)

$6\cdot \frac{875}{132} \cdot (300)^2 \cdot \frac{1}{\text{l}^2} \leq 860 \Rightarrow \quad \text{l}^2 \geq \frac{1}{860} \cdot 6 \cdot \frac{875}{132} \cdot 300^2 \Rightarrow \text{l} \geq 300\sqrt{\frac{6\cdot 875}{860\cdot 132}}$

$\text{l} \geq 64.52$

Таким образом, пилот должен, по крайней мере, начать снижение с 64.52 миль от аэропорта .

Отвечать:

Пилот должен начать снижаться, когда самолет 64.511(мили) от аэропорта.

Вопрос 4: Нарисуйте траекторию подхода, если выполняются условия, указанные в задаче 3.

Замена n=$\frac{875}{132} \approx 6.63$ и $\boldsymbol{l = 64.52}$

В уравнении (5) приобретать

$$y = -\left(2 \cdot \frac{875}{132} \cdot \frac{1}{(64.52)^3}\right)x^3 + (3 \cdot \frac{875}{132} \cdot \frac{1}{(64.52)^2})x^2$$

$y=-0.2x^3+0.0048x^2$

Построим желаемый график, используя приведенное выше уравнение

И условие (iii) подразумеваем

$$\left|\frac{d^2y}{dt^2}\right| \le R \qquad (8)$$

От (5) y=P(x)

$y=\left(-\frac{2h}{l^3}\right)x^3 + (\frac{3h}{l^2})x^2$

Возьмите производную по времени с обеих сторон, чтобы получить

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{2h}{l^3} \cdot 3x^2\frac{dx}{dt} + \frac{3h}{l^2} \cdot \frac{dx}{dt} = \left(-\frac{6h}{l^3}x^2 + \frac{6h}{l^2}x\right)\frac{dx}{dt}.$$

В дальнейшем ,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \left(-\frac{6h}{l^3} \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{6h}{l^2} \cdot \frac{dx}{dt}\right)\frac{dx}{dt} + \left(-\frac{6h}{l^3}x^2 + \frac{6h}{l^2}x\right) \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{6h}{l^2}\left(-\frac{2}{l}x + 1\right)(\frac{dx}{dt})^2 + \frac{6h}{l^2}(-x^2 + x)\frac{d^2x}{dt^2}$$

От $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{6h}{l^2} \cdot \left(-\frac{2}{l}x + 1\right)(\frac{dx}{dt})^2 \qquad (\because \frac{d^2x}{dt^2} = 0)$

Также из уравнение (6) ,

$\left|\frac{dx}{dt}\right| = v$ так $(\frac{dx}{dt})^2 = v^2$

Следовательно

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{6h}{l^2}\left(-\frac{2}{l}x + 1\right)v^2 = \frac{6hv^2}{l^2}(1 - \frac{2}{l}x)$$

Когда $x \in [0; l]$

$\frac{d^2y}{dt^2}$ является максимальным при $x = 0$

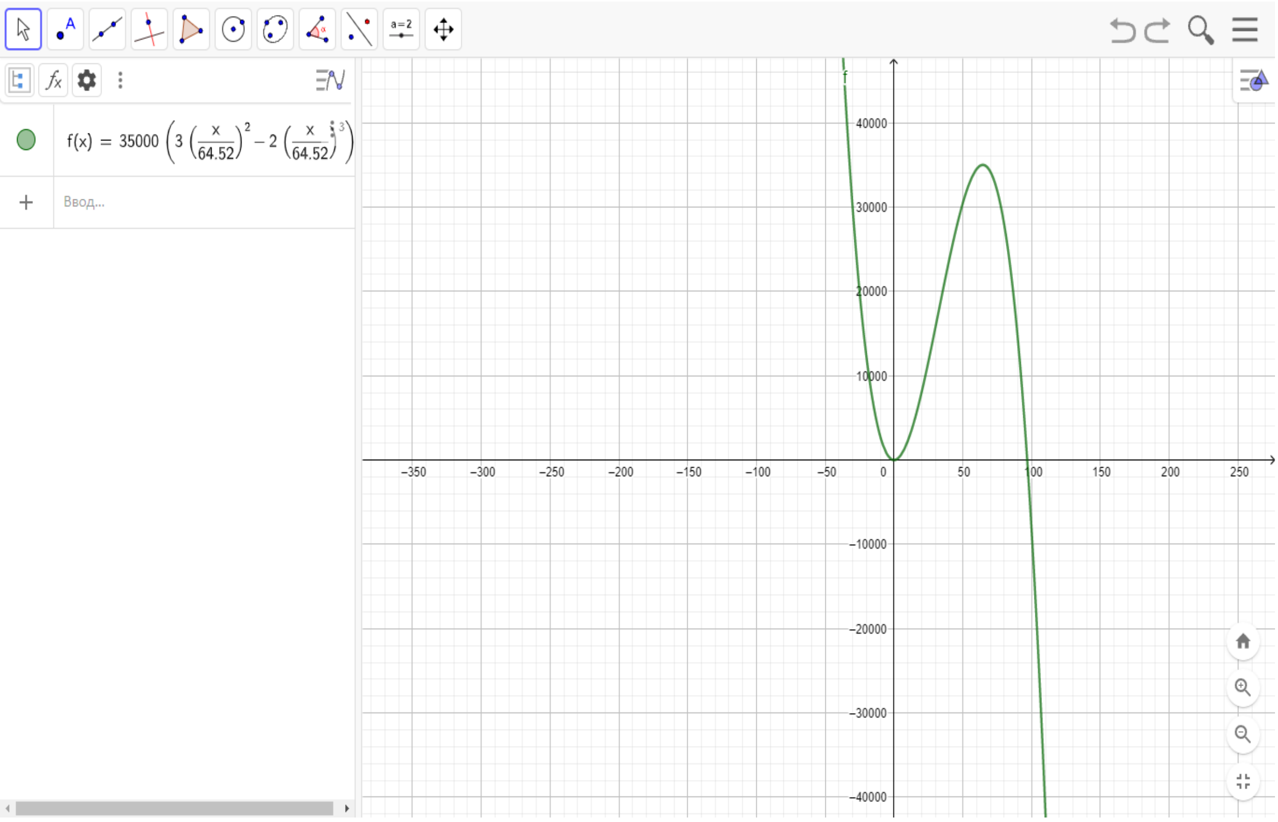
$$\left.\frac{d^2y}{dt^2}\right|_{x=0} = \frac{6hv^2}{l^2}$$

Из условия (iii) уравнение (8) $\left|\frac{d^2y}{dt^2}\right| \le R$ для всех x

Так

$$\left|\frac{d^2y}{dt^2}\right|_{x=0} \leq \mathrm{R} \qquad \left|\frac{6hv^2}{l^2}\right| \leq R \quad \Longrightarrow \frac{6hv^2}{l^2} \leq R \qquad (9)$$

$$f(x) = 35000 \cdot (3 \cdot \left(\frac{x}{64.52}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{64.52}\right)^3)$$



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А. , Чубариков В.Н. Лекции по математическом у анализу: Учеб. для вузов / Под ред. В.А. Садовничего. 4-е изд., испр. М.: Др офа, 2004. 640 с.

2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1. М.: Высшая школа, 1981. 687 с.

3. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1. 2-е изд., испр. и доп. М.: ФАЗИС, 1997. 554 с.

4. JEMES STEWART “Calculus” Single Variable calculus Early Transcendental eighth edition.