$m-$SUBGARMONIK FUNKSIYALARNING CHETLATILADIGAN MAXSUSLIK TO‘PLAMLARI HAQIDA

Bekchanov Sardor

Urganch davlat universiteti o’qituvchisi

Annotatsiya. Ushbu maqolada L^p_{loc} fazodan olingan kuchli $m-$subgarmonik funksiyalarning chetlatiladigan maxsuslik to‘plamlarining tuzilishi $C_{q,s}$ -sig‘im yordamida tahlil qilingan. Jumladan L^p_{loc} fazodan olingan kuchli $m-$subgarmonik funksiyalar uchun $C_{q,s}$ -sig‘imi nolga teng to‘plamlar chetlatilishi mumkin bo‘lgan maxsuslik to‘plam bo‘lishi isbot qilingan. Ushbu tasdiqning isboti $D\setminus E$ to‘plamda aniqlangan asosiy funksiyalar fazosi D to‘plamda aniqlangan asosiy funksiyalar fazosida L^s_q - norma bo‘yicha zich to‘plam bo‘lishiga asoslangan.

Kalit so‘zlar: subgarmonik funksiya, kuchli $m-$subgarmonik funksiya, $\alpha-$subgarmonik funksiya, differensial forma, $C_{q,s}$ -sig‘im.

Subgarmonik va plyurisubgarmonik funksiyalarning chetlatiladigan maxsusliklari ko‘pchilik olimlar tomonidan tadqiq qilingan.Garmonik va subgarmonik funksiyalarning maxsuslik to‘plamlari Laplas tenglamasining yechimi va subyechimlarini tasniflashda muhim o‘rinni egallaydi. $L^{k,p}(G)$ sinfdan olingan subgarmonik funksiyalarning chetlatiladigan maxsusliklari B.I.Abdullayev, S.A.Imomqulov, J.R.Yarmetovlarning ishlarida o‘rganilgan. (q. [2], [3]).

Ushbu maqolada $\mathbb{C}^n$ kompleks fazodagi D sohadan olingan kuchli $m-$subgarmonik funksiyalarning chetlatiladigan maxsusliklarini o‘rganamiz.

Kuchli $m-$subgarmonik funksiyalar sinfi Z.Blocki tomonidan kiritilgan(q. [8]),S.DinevvaS.Kolodziej(q. [9]),S.Li(q. [10]), X.Ch.Lu(q. [11]), X.Ch.Luva

V.D.Nguenlar (q.[12]) tomonidan o‘rganilgan. Kuchli $m-$subgarmonik funksiyalar sinfida potensiallar nazaryasi A.Sadullaev va B.Abdullayevlar tomonidan qurilgan (q. [1]).

1-Ta’rif. Agar $D \subset \mathbb{C}^n$ da aniqlanganikkimartasilliq $u \in C^2(D)$ funksiya uchun operator

$$\left(dd^c u\right)^k \wedge \beta^{n-k} \geq 0, \quad \forall k = 1, 2, \ldots, m, \quad (1 \leq m \leq n) \quad (1)$$

bo‘lsa, u holda u funksiya D sohada kuchli $m-$ subgarmonik funksiya deyiladi, buyerda $\beta = dd^c |z|^2 - \mathbb{C}^n$ dagi hajm formasi.

(1) tengsizlik quyidagi tengsizlik bilan ekvivalentdir

$$\left[dd^c \left(u + t_1 dd^c |z_1|^2 + \ldots + t_n dd^c |z_n|^2\right)\right]^m \wedge \beta^{n-m} \geq 0 \qquad \forall\, t = (t_1, \ldots, t_n) \in \mathbb{R}^n_+$$

D sohadagi barcha kuchli $m-$subgarmonik funksiyalar sinfi $sh_m(D)$ orqali belgilanadi. Agar $u, v \in C^2(D)$ funksiyalar D sohada sh_m ga tegishli funksiyalar bo‘lsa, u holda ixtiyoriy $a, b \in \mathbb{R}_+$ sonlari uchun $au + bv$ ham D da sh_m sinfga tegishli bo‘ladi. Bundan tashqari, quyidagi teorema ham o‘rinli (q. [8])

1-Teorema(q. [8]). Agar $v_1, \ldots, v_k \in sh_m(D) \cap C^2(D),\ 1 \leq k \leq m,$ bo‘lsa, u holda $dd^c v_1 \wedge \ldots \wedge dd^c v_k \wedge \beta^{n-m} \geq 0$ bo‘ladi. Xususan, $k = m$ bo‘lsa,

$$dd^c v_1 \wedge \ldots \wedge dd^c v_m \wedge \beta^{n-m} \geq 0.$$

Bu yerdan biz, juda muhim bo‘lgan ushbu tasdiqqa ega bo‘lamiz: agar $u \in sh_m$ bo‘lsa, u holda,

$$dd^c u \wedge dd^c v_1 \wedge \ldots \wedge dd^c v_{m-1} \wedge \beta^{n-m} \geq 0,\ \forall v_1, \ldots, v_{m-1} \in sh_m(D) \cap C^2(D) \quad (2)$$

bo‘ladi. Va aksincha, agar ikki marta silliq u funksiya,barcha $v_1, \ldots, v_{m-1} \in sh_m(D) \cap C^2(D)$ funksiyalar uchun (2) shartni qanoatlantirsa, u holda u funksiya sh_m bo‘ladi. Shuningdek, $u \in sh_m(D)$ nitekshirishda, quyidagi kvadrat funksiyalarni olish yetarlidir.

$$v_j(z) = \sum_{k=1}^{n} a_{k,j} |z_k|^2,\ j = 1, 2, \ldots, m-1,\ \ a_{k,j} - const\,, v_1, \ldots, v_{m-1} \in sh_m(\mathbb{C}^n). \quad (3)$$

Bu holatda ifodalash sh_m funksiyalarni L^1_{loc} sinfda ta’riflash imkonini beradi.

2-Ta’rif. Agar $u \in L^1_{loc}(D)$ funksiya yuqoridan yarim uzliksiz bo‘lib, hamda ikki marta silliq ixtiyoriy $v_1,...,v_{m-1} \in sh_m(D) \cap C^2(D)$ funksiyalar uchun,

$$dd^c u \wedge dd^c v_1 \wedge ... \wedge dd^c v_{m-1} \wedge \beta^{n-m}$$

oqimni

$$\left[dd^c u \wedge dd^c v_1 \wedge ... \wedge dd^c v_{m-1} \wedge \beta^{n-m}\right](\omega) = \int u\, dd^c v_1 \wedge ... \wedge dd^c v_{m-1} \wedge \beta^{n-m} \wedge dd^c \omega, \ \omega \in F(D) \quad (4)$$

ko‘rinishda musbat aniqlash mumkin bo‘lsa, u holda u kuchli $m-$subgarmonik funksiya deyiladi, buyerda, $F(D) = \{\omega \in C^\infty(D) : \operatorname{supp} \omega \subset\subset D\}$ – asosiy funksiyalar fazosi. 2-ta’rifda $v_1,...,v_{m-1} \in sh_m(D) \cap C^2(D)$ funksiyalar sifatida (3) kvadrat funksiyalarni ham olishimiz mumkin.

ADABIYOTLAR

1. Абдуллаев Б., Садуллаев А., Теория потенциалов в классе $m-$ субгармонических функций.// Труды Математического Института имени В.А. Стеклова, – Москва, 2012.– № 279, – С. 166–192.
2. Абдуллаев Б.И, Имомкулов С.А., Устранимые особенности субгармонических функций из класса L_p и L^1_p.// Узбекский математический журнал, – Ташкент, 1997. – № 4, – С. 10 – 14.
3. Абдуллаев Б.И., Ярметов Ж.Р., Об особых множествах субрешений эллиптических операторов. // Вестник КрасГУ, 2006. – №9, – С. 74–80.
4. Ваисова М.Д. Теория потенциала в классе $\alpha-$субгармонических функций.//Узбекский математический журнал, – Ташкент, 2016, – №3, – С. 46–52.