

SPLAYN FUNKSIYANING YAQINLASHISHI

Mohigul Komiljon qizi Ibragimova

Termiz davlat universiteti

mohigul9618@gmail.com

Annotatsiya: Agar har bir $[x_i, x_{i+1}]$ qisman kesmadagi splaynning noma'lum parametrlari boshqa qisman kesmalardagi splaynlarning noma'lum parametrlari bilan birgalikda aniqlansa, bunday splaynlar global splaynlar deyiladi. Global splaynlarda qisman kesmalardagi splaynlarning noma'lum parametrlari chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini haydash usuli bilan yechish vositasida topiladi.

Kalit so'zlar: splayn funksiyalar, global splaynlar, lokal interpolatsiyalash, lokal splaynlar, interpolatsiyon ko'phadlar, klassik interpolatsiyalash.

APPROACH OF SPLINE FUNCTION

Abstract: If the unknown parameters of the spline in each $[x_i, x_{i+1}]$ partial section are determined in conjunction with the unknown parameters of the splines in other partial sections, such splines are called global splines. In global splines, the unknown parameters of splines in partial sections are found by solving a system of linear algebraic equations by the driving method.

Keywords: spline functions, global splines, local interpolation, local splines, interpolation polynomials, classic interpolation.

Klassik interpolatsiya masalasida ko'phadlar $[a, b]$ oraliqni o'zida quriladi. Tugun nuqtalarni qancha ko'paytirsak yaqinlashish shuncha yaxshi bo'ladi. Lekin qurilayotgan ko'phadning darajasi tugun nuqtalar soniga

bog‘liq, tugun nuqtalar soni oshishi bilan ko‘phadning darajasi oshib boradi va ko‘phad koeffitsentlarini aniqlash uchun yuqori tartibli algebraik tenglamalar sistemasini yechishga to‘g‘ri keladi. Klassik interpolyatsion ko‘phadlarni imkoniyatlari qisman chegaralangan. Tuzilgan algebraik tenglamalar sistemasining soni tugun nuqtalarga bog‘liq ekan, tugun nuqtalar oshishi bilan algebraik tenglamalar sistemasining tartibi ham oshib ketadi. Natijada klassik polinomlar qurilishida quyidagi kamchiliklar yuzaga keladi: interpolyatsion ko‘phad yuqori darajali bo‘lgani uchun formula qulay emas; yuqori darajali algebraik tenglamalar sistemasini yechish jarayonida ma’lum metodik xatoliklar paydo bo‘ladi; hisoblash jarayoni murakkablashib, natijada hisoblash xatoligi qoladi.

Qurilayotgan ko‘phad tiklanayotgan funksiyaga yaxshi yaqinlashmasligi mumkin. Shuning uchun, bu nuqsonlardan qutilish maqsadida interpolyatsiyalash masalasida klassik polinomlar o‘rniga splayn funksiyalar yordamida yaqinlashtirish juda katta imkoniyatlarga ega bo‘lib, tezda fanda o‘z o‘rnini topdi. Lokal interpolyatsion splaynlar interpolyatsiyalanayotgan ob‘ektga yaxshi yaqinlashadi va qurilishi sodda ko‘rinishda bo‘ladi. Qurilayotgan splayn darajasi tugun nuqtalarga bog‘liq emas. Qurilayotgan splayn funksiya $[a, b]$ oraliqda emas, balki $[x_i, x_{i+1}]$ ($i=\overline{0, n-1}$) oraliqlarda quriladi va bu splayn-funksiya har bir oraliqlarda bir xil strukturali ko‘phadlardan iborat bo‘ladi.

Klassik interpolyatsiyalashda esa butun bir $[a, b]$ oraliqda bitta funksiya qurilar edi. Shuning uchun ham klassik interpolyatsiyalashga nisbatan, splayn funksiyalar yordamida qaralgan interpolyatsiyalash masalasining aniqlik darajasi yuqori va qurilishi jihatidan ham sodda bo‘ladi. $[x_i, x_{i+1}]$ ($i=\overline{0, n-1}$) oraliqlarda qurilgan silliq-bo‘lakli ko‘phadli funksiyalarga splayn *funksiyalar* deyiladi.

Agar har bir $[x_i, x_{i+1}]$ qisman kesmadagi splaynning noma’lum parametrlari boshqa qisman kesmalardagi splaynlarning noma’lum parametrlariga bog‘liq bo‘lmagan holda alohida topilsa, bunday splaynlar lokal splaynlar deyiladi.

Agar har bir $[x_i, x_{i+1}]$ qismaniy kesmadagi splaynning noma'lum parametrlari boshqa qismaniy kesmalardagi splaynlarning noma'lum parametrlari bilan birgalikda aniqlansa, bunday splaynlar global splaynlar deyiladi. Global splaynlarda qismaniy kesmalardagi splaynlarning noma'lum parametrlari chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini haydash usuli bilan yechish vositasida topiladi.

Splayn yagona ravishda aniqlanishi uchun $[a, b]$ oraliqning chetki a va b nuqtalarida chegaraviy shartlar deb ataluvchi qo'shimcha shartlar qo'yiladi. Amalda uchinchi darajali, ya'ni kubik splaynlar keng qo'llaniladi.

Global splaynlar lokal splaynlarga alternativa sifatida xizmat qiladi. Global usulda approksimatsiya qilish lokal usulda approksimatsiya qilishga nisbatan splayn defektining minimalligini ta'minlaydi. Shu sababli global splaynlar hisoblash amaliyotida keng qo'llaniladi.

Splaynlarning hisoblash matematikasida keng qo'llanilayotganligi sabablaridan yana biri ularning qiymatlarini EHM larda hisoblashning qulayligi va ular yordamida interpolyatsiyalash kabi jarayonlarning keng sinfdagi to'rlar uchun yaxshi yaqinlashishligidir.

Global kubik splaynlar yordamida funksiyalarni yaqinlashtirish

Hosil qilingan bir global interpolyatsion kubik splayn funksiyani garafigi Ryabenkiy global kubik splayn funktsiyani grafigi hamda Grebennikov global kubik splayn funktsiyani grafigi bilan taqqoslandi. Ushbu uchta global kubik splaynlarning yaqinlashishi berilgan funktsiya $f(x)$ bilan solishtiramiz.

Bir global interpolyatsion kubik splayn funktsiya $y[x_i, x_{i+1}]$ kesmada ko'rinishga ega:

$$S_3(f, x) = \sum_{j=0}^3 \varphi_{j+1}(t)f(x_{i+j-1}),$$

bu yerda

$$\varphi_1(t) = -0,5(1 - t)^2,$$

$$\varphi_2(t) = 0,5(1 - t)(2 + 2t - 3t^2),$$

$$\varphi_3(t) = 0,5(1 + 4t - 3t^2),$$

$$\varphi_4(t) = -0,5(1 - t)t^2.$$

$$\text{Bunda } t = \frac{x-x_i}{h}, \quad h = \frac{b-a}{N}, N = 1, 2, \dots$$

Bundan keyin qulaylik uchun bu splayn funksiyani $S_3(x)$ bilan belgilaymiz.

Ikkinchidan – bu Ryabenkiy global kubik splayn funksiyasi va u $[x_i, x_{i+1}]$ kesmada quyidagi ko‘rinishga ega:

$$S_3(f, x) = \sum_{j=0}^3 \psi_j(t)f(x_{i+j-1}),$$

bu yerda

$$\psi_1(t) = (1-t)^2(1+t), \quad \psi_2(t) = t(1+2t-2t^2), \quad \psi_3(t) = t^2(1-t),$$

$$\text{Bunda } t = \frac{x-x_i}{h}, \quad h = \frac{b-a}{N}, N = 1, 2, \dots$$

Ryabenkey global splayn funksiyasini $PS_3(x)$ orqali belgilaymiz.

Uchinchi splayn – bu $[x_i, x_{i+1}]$ kesmada keying ko‘rinishga ega bo‘lgan Grebennikov global kubik splayn funksiyasi:

$$S_3(f, x) = \sum_{j=0}^3 \phi_{j+1}(t)f(x_{i+j-1})$$

bu yerda

$$\phi_1(t) = \frac{1}{6}(1-t)^3,$$

$$\phi_2(t) = \frac{1}{6}(4-6t^2+3t^3),$$

$$\phi_3(t) = \frac{1}{6}(1+3t+3t^2-3t^3),$$

$$\phi_4(t) = \frac{1}{6}t^3.$$

$$\text{Bunda } t = \frac{x-x_i}{h}, \quad h = \frac{b-a}{N}, N = 1, 2, \dots$$

Grebennikov global kubik splayn funksiyasini $GS_3(x)$ deb belgilaymiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari. 1-qism, Toshkent, O‘zbekiston, 2003. 231-330.
2. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения.

Москва: Мир, 1972.-316.

3. Mirzayev A.E. o‘zining “Splayn funksiyalar asosida signallarni raqamli ishlash algoritmlarni samaradorligini oshirish” Toshkent-2019
4. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн функций. Москва: Наука, 1980. – 352 с.
5. Sayidova G.D. “Lokal interpolyatsion kubik splayn funksiya qurish va uni uzluksiz funksiyalar sinfida baholash” Toshkent-2018

