FUNKSIYALARNI INTERPOLYATSIYALASH. INTERPOLYATSION KO‘PHADLARNING MAVJUDLIGI VA YAGONALIGI. LAGRANJ INTERPOLYATSION KO‘PHADI

Rahmatjonov Mirzohidjon Muzaffarjon o‘g‘li
Amaliy matematika (sohalar bo‘yicha)
yo‘nalishi 1-kurs magistratura talabasi, Farg‘ona davlat universiteti

Mamalatipov Odiljon Muhammadali o‘g‘li
Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
Farg‘ona filiali qoshidagi akademik litseyi matematika o‘qtuvchisi.

ANNOTATSIYA

Mazkur maqola funksiyalarni interpolyatsiyalash haqida boshlang‘ich tushunchalarni va interpolyatsion ko‘phadning mavjud va yagona bo‘lishini ko‘rib chiqadi. Interpolyatsiya sodda qilib aytganda funksiyaning nuqtaviy qiymatlaridan foydalanib uning jadvalda berilmagan nuqtalardagi taqribiy qiymatlarini topish hisoblanadi.

Kalit so‘zlar: *Interpolyatsiya, tugunlar, interpolyatsion funksiya, Bandermond, algebraik , Lagranj interpolyatsion ko‘phadi.*

ANNOTATION

This article reviews the basics of interpolating functions and the existence and uniqueness of an interpolating polynomial. Interpolation is, in simple words, using point values of a function to find its approximate values at points not given in the table.

Key words: *Interpolation, nodes, interpolation function, Bandermond, algebraic, Lagrange interpolation coefficient.*

Ko‘plab hisoblash usullarida masalalarning qo‘yilishida qatnashadigan funksiyalarni unga ma’lum ma’noda yaqin, tuzilishi esa soddaroq bo‘lgan funksiyalar bilan almashtirishga asoslangan. Funksiyaning yaqinlashtirish masalasining eng keng qo‘llaniladigan qismi **funksiyalarni interpoliyatsiyalash masalasi** deyiladi.

Interpolatsiya - bu belgilangan nuqtalarda ma’lum qiymatlarni qabul qiladigan funksiyani aniqlash jarayoni. Sonli hisoblashda interpolyatsiya - bu chekli ayirmalardan foydalangan holda ma’lum funksiya nuqtalarining diskret to‘plamida yangi funksiya nuqtalarini qurish usuli.

Interpolyatsiya masalasining mohiyatiga to‘xtaladigan bo‘lsak, faraz qilaylik $[a,b]$ oraliqda $y = f(x)$ funksiya berilgan yoki hech bo‘lmaganda funksiyaning shu oraliqdan olingan n ta nuqtadagi qiymatlari mavjud bo‘lsin. $[a,b]$ da aniqlangan va hisoblashga qulayroq bo‘lgan qandaydir funksiyalar $\{P(x)\}$ sinfini, misol uchun ko‘phadlar sinfini olamiz. $y = f(x)$ funksiyani $[a,b]$ da interpolyatsiyalash masalasi shu funksiyani berilgan sinfning shunday $P(x)$ funksiyasi bilan taqribiy ravishda

$$f(x) \approx P(x)$$

almashtirishdan iboratki, $P(x)$ berilgan $x_0, x_1, \dots, x_n$ nuqtalarda $f(x)$ bilan bir xil qiymatlarni qabul qilsin:

$$P(x_i) = f(x_i) \qquad (i = \overline{0, n})$$

Bu yerda ko‘rsatilgan $x_0, x_1, \dots, x_n$ nuqtalar interpolyatsiya tugunlari yoki tugunlar deyiladi, $P(x)$ esa *interpolyatsiyalovchi funksiya* deyiladi. Agar $\{P(x)\}$ sinfi sifatida darajali ko‘phadlar sinfi olinsa, u holda *interpolyatsiyalash algebraik* deyiladi.

Algebraik interpolyatsiyalash masalasi quyidagicha: Darajasi n dan yuqori bo‘lmagan shunday ko‘phad qurilsinki, u berilgan $(n+1)$ ta $x_0, x_1, \dots, x_n$ nuqtalardan berilgan

$$f(x_0),\ f(x_1), \dots,\ f(x_n)$$

qiymatlarni qabul qilsin. Demak, c_m $(m = \overline{0, n})$ koeffitsiyentlarni shunday aniqlash kerakki,

$$P(x) = c_0 + c_1 x + \ldots + c_n x^n \qquad (1.1)$$

ko‘phad uchun quyidagi

$$P(x_k) = f(x_k) \qquad k = 0, 1, ..., n \qquad (1.2)$$

tengliklar bajarilsin. Bu tenglikdan , c_m $(m = \overline{0, n})$ larga nisbatan $(n+1)$ noma’lumli $(n+1)$ ta tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi:

$$\begin{cases} c_0 + c_1 x_0 + c_2 x_0^2 + \ldots + c_n x_0^n = f(x_0), \\ c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 + \ldots + c_n x_1^n = f(x_1), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ c_0 + c_1 x_n + c_2 x_n^2 + \ldots + c_n x_n^n = f(x_n). \end{cases} \qquad (1.3)$$

Bu sistemaning determinanti Bandermond determinantidir: $W(x_0, x_1, \ldots, x_n)$. Masala mazmunidan ko‘rinadiki, x_k nuqtalar bir-biridan farqli, demak determinant ham noldan farqli bo‘ladi. Shuning uchun Sistema va qo‘yilgan interpolyatsiya masalasi yagona yechimga ega. Bu sistemani yechib , c_m koeffitsiyentlarni topib 1.1 ga qo‘ysak, $P(x)$ ko‘phad aniqlanadi. Biz $P(x)$ ning oshkor ko‘rinishini topish uchun avval fundamental ko‘phadlar dep ataluvchi $Q_{nj}(x_i)$ larni, ya’ni

$$Q_{nj}(x_i) = \delta_i^j = \begin{cases} 0, \ i = j \quad bo'\lg anda \\ 1, \ i \neq j \quad bo'\lg anda \end{cases}$$

Shartlarni qanoatlartiruvchi n -darajali ko‘phadlarni qaraymiz. U holda

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j) Q_{nj}(x) \qquad (1.4)$$

Izlanayotgan interpolyatsion ko‘phad bo‘ladi. Haqiqatan ham, barcha $i = 0, 1, 2, ..., n$ uchun

$$L_n(x_i) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j) Q_{nj}(x_i) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j) \delta_i^j = f(x_i)$$

va ikkinchi tomondan $L_n(x)$ n-darajali ko‘phaddir.

Endi $Q_{nj}(x)$ ning oshkor ko‘rinishini topamiz, $i = j$ bo‘lganda $Q_{nj}(x_i) = 0$ shuning uchun ham $Q_{nj}(x)$ ko‘phad $i \neq j$ bo‘lganda $x - x_i$ ga bo‘linadi. Shunday qilib, n-darajali ko‘phadning n ta bo‘luvchilari bizga ma’lum bunday esa

$$Q_{nj}(x) = C\prod_{i\neq j}(x - x_i)$$

kelib chiqadi. No‘malum ko‘paytuvchi C ni esa

$$Q_{nj}(x_j) = C\prod_{i\neq j}(x_j - x_i) = 1$$

shartdan topamiz, natijada:

$$Q_{nj}(x) = \prod_{i\neq j}\frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

Bu ifodani 1.4 ga qo‘yib, ko‘phadni aniqlaymiz:

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j)\prod_{i\neq j}\frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

Bu ko‘phad Lagranj interpolyatsion ko‘phadi deyiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YHATI

1. *Isroilov M.I.* Hisoblash metodlari. 1-qism. – T.: «O‘zbekiston», 2003.
2. *Isroilov M.I.* Hisoblash metodlari. 2-qism. - T.: « O‘qituvchi», 2008.
3. *Ismatullayev G. Koshergenova M.* Hisoblash usullari. – T.:«TAFAKKUR-BO‘STONI», 2014.
4. https://byjus.com/