# НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВО БИГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

**Ашурова Зебинисо Рахимовна**
Доцент каф, Математика и информатики.Уз-Фин.ПИ, доцент каф. Математический анализ, СамГУ им. Ш.Рашидова.
zeb1957niso@gmail.com

**Жураева Нодира Юнусовна**
кандидат физ-мат. наук, доцент каф. Высшей математика, Ташкентский Университет Информационных Технологий имени Мухаммада Ал-Хоразмий

**Миролимов Миржалол Мирғиясович**
Студент 2 курса факультета Прикладной математики и физики, Уз-Фин.ПИ.

***АННОТАЦИЯ***

*В этом работе рассматривается полугармонические функции 2-го порядка заданное в некотором неограниченном множестве 2-мерного пространства* $(\Delta^2 u(y) = 0)$ *получив интегральное представление с помоши её получается теоремы типа Фрагмена – Линделефа*

***Ключевые слово:*** *гармонические функции, бигармонические функции, интегральное представление.*

***ABSTRACT***

*In this article we consider Carleman's functions, to find integral representation for the polygarmonious functions* $(\Delta^2 u(y) = 0)$ *defined in unbounded domain of Euclidean space obtaining an integral representation.*

***Keywords:*** *Phragmen-Lindelof type theorems, biharmonic functions, Carleman's function, integral representation.*

**Введение**

В данной работе рассматривается задача: если гармоническая функция и ее нормальная производная ограничены на границе D и $u$(P) неограниченна внутри, то при P $\to \infty$ она должна расти внутри D со скоростью, не меньшей некоторой предельной, оценить эту предельную скорость роста. Эта задача была предметом исследования работ М.А.Евграфова, Е.М.Ландиса, [2], Т.Карлемана М.М.Лаврентьева, Ш.Ярмухамедовым [4]- [5], З.Р.Ашуровой [3]- [5], Н.Жураевой [5]- [6], и У.Жураевой [7]- [77], др.

При условии, когда $D$ - односвязная ограниченная область со спрямляемой границей $\partial D$, то для некоторого класса функций $f$ ( например класса Харды $H^1(D)$ ) справедлива формула Коши восстанавливает функцию по ее значениям на $\partial D$.

Первый результат в этом направлении в 1926 году получил Т.Карлеман (для класса ограниченных функций в области $D$ одного специального вида.

Ядра Коши может быть представлена с помощью веденного М.М.Лаврентьевым понятия функции Карлемана.

В своих работах М. М. Лаврентьев впервые разработал новую идею, связывающую исследование Т.Карлемана и А. Н. Тихонова и на ее основе, по заданной паре функций, приближающей данные Коши с заданной погрешностью (уклонением), построил функционал зависящий от положительного параметра (параметра регуляризации), согласованного с погрешностью исходных данных и числом, характеризующим компакт.

Шароф Ярмухамедович Ярмухамедов, в работах [2] впервые предлагает метод построения семейства фундаментальных решений уравнения Лапласа.

Использовав разного видов ядро Ярмухамедова З.Р.Ашурова [5]позже Н.Ю. Жураева [6] (при произвольных нечетных m и четных m когда $2n < m$ ), Жураева У.Ю. (при произвольных четных m когда $2n \geq m$)получили ряд [7] .

Рассмотрим бигармонических функций заданные в области $D$,

$$D = \left\{ y\colon y = (y_1, y_2) \in R^2, -\infty < y_1 < \infty, y_2 \in R, 0 < y_2 < \frac{\pi}{\rho}, \rho > 0 \right\}, \qquad \text{-2-}$$

мерное евклидово пространство, $r = \sqrt{\sum_{j=1}^{2}(\mathrm{y}_j - \mathrm{x}_j)^2}$, $s = (\mathrm{y}_1 - \mathrm{x}_1)^2$. В данной работе построив функцию удовлетворяющей условию функцию Карлемана, с помощи её намерены получать интегральное представления.

Функцию $\Phi(\mathrm{y}, \mathrm{x})$ при $s > 0$:

$$\Phi(\mathrm{y}, \mathrm{x}) = c_0 \int_{\sqrt{s}}^{\infty} \mathrm{Im}\left[\frac{\exp(\omega^2)}{\omega - \mathrm{x}_2}\right](\mathrm{u}^2 - \mathrm{s})\mathrm{du}, \omega = \mathrm{iu} + \mathrm{y}_2. \qquad (3)$$

*При обозначениях где* $A_0 = (y_2^2 - u^2)$, $A_2 = 2uy_2$

*данная функция имеет вид*

$$\Phi_\sigma(y, x) = \mathrm{c}_0 \int_{\sqrt{\mathrm{s}}}^{\infty} \mathrm{Im}\left[\exp \mathrm{A}_0 \frac{(\cos\mathrm{A}_2 + \mathrm{i}\sin\mathrm{A}_2)}{(\mathrm{y_m} - \mathrm{x_m})^2 + \mathrm{u}^2}\right](\mathrm{u}^2 - \mathrm{s})\mathrm{du} =$$

$$= \mathrm{c}_0 \int_{\sqrt{\mathrm{s}}}^{\infty} \exp \mathrm{A}_0 \frac{(\mathrm{y}_2 - \mathrm{x}_2)\sin(\mathrm{A}_2) - \mathrm{u}\cos(\mathrm{A}_2)}{((\mathrm{y}_2 - \mathrm{x}_2)^2 + \mathrm{u}^2}(\mathrm{u}^2 - \mathrm{s})\mathrm{du}$$

при преобразовании

$$\mathrm{u}^2 - \mathrm{s} = r^2\mathrm{t}, \mathrm{u}^2 = r^2 t + s, 2\mathrm{udu} = \mathrm{r}^2\mathrm{d}t, \mathrm{du} = \frac{\mathrm{r}^2\mathrm{d}t}{2\sqrt{r^2 t + s}}$$

$\Phi_\sigma(\mathrm{y}, \mathrm{x})$ обладает вид

$$\Phi_\sigma(\mathrm{y}, \mathrm{x}) = \mathrm{c}_0 r^2 \int_0^{\infty} \frac{(\mathrm{y_m} - \mathrm{x_m})\sin A_2}{\sqrt{r^2 t + s} \quad exp(\mathrm{A}_1)} \frac{tdt}{(1+t)} - \mathrm{c}_0 r^2 \int_0^{\infty} \frac{\cos A_2}{exp(\mathrm{A}_1)} \frac{tdt}{(1+t)} =$$

$$= \mathrm{c}_0 r^2 \int_0^{\infty} \frac{(\mathrm{y_m} - \mathrm{x_m})\sin A_2}{\sqrt{r^2 t + s}} \frac{1}{exp\,\mathrm{A}_1} \frac{tdt}{(1+t)} - \mathrm{c}_0 r^2 \int_0^{\infty} \cos A_2 \frac{1}{exp\,\mathrm{A}_1} \frac{tdt}{(1+t)}$$

$\mathrm{A}_1 = (r^2 t + s - \mathrm{y}_2^2)$ и обозначая

$$J_1 = \mathrm{c}_0 \int_0^{\infty} \frac{(\mathrm{y_m} - \mathrm{x_m})\sin A_2}{\sqrt{r^2 t + s}} \frac{1}{exp\,\mathrm{A}_1} \frac{tdt}{(1+t)}, J_2 = \mathrm{c}_0 \int_0^{\infty} \frac{\cos A_2}{exp\,\mathrm{A}_1} \frac{tdt}{(1+t)}$$

имеем $\Phi_\sigma(\mathrm{y},\mathrm{x}) = r^2(J_1 - J_2)$ убедимся в гармоничности $(J_1 - J_2)$ ) , функция $\Phi_\sigma(\mathrm{y},\mathrm{x})$ будет полигармоническая функция второго порядка. т.е. является бигармонической функцией.

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА


1. Е.М.Ландис. -Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов. Москва, 1971 г.55 стр.
2. Ярмухамедов.Ш,Я. Задача Коши для полигармонического уравнения. Доклады РАН 2003 том 388 ст 162-165.
3. Ашурова З.Р., Теоремы типа Фрагмента-Линделефа для гармонических функций многих переменных. ДАН УзССР 1990, №5. 6-8 стр .
4. Ашурова З.Р., Жураева Н.Ю., Жураева У.Ю. О некоторых свойствах ядро Ярмухамедова, International Journal of Innovative Research , 2021,10, С.84–90, Impact Factor 7.512.
5. Ashurova Z.R., Jurayeva N.YU., Jurayeva U.Yu. Task Cauchy and Carleman function, Academicia: An International Multidisciplinary Research Journal, Affiliated to Kurukshetra University, Kurukshetra India, 2020, 10, C.371–378, URL : http://saarj.com.
6. Н.Ю. Жураева., Жураева У.Ю, Саидов У.М Функция Карлемана для полигармонических функций для некоторых областей лежащих в m-мерном четном евклидовом пространстве, Uzbek Mathematical Journal, 2011, №3,
7. У.Ю. Жураева Теоремы типа Фрагмента-Линделефа для бигармонических функций многих переменных. Известия вузов.Математика 2022,№10.с 42-65.https// kpfu.ru /science/nauchnye-izdaniya/ivrm, e-mail: izvuz. Matem@kpfu.ru
8. Jurayeva. U.Yu. The Phragmen-Lindelof type theorems. Uzbek Mathematical Journal,2022, Volume 66, Issue 3. pp 54-61, (№3, 54–61). DOI:10. 29229/uzmj.
9. N.Yu. Juraeva Growing polyharmonic functions and task Cauchy of some class.Узбекский математический журнал. №.2, 2009, с.70-74.

10. Ashurova Z. R. Can. of Physical and Math Sciences, Associate Pr. of the Department of Math Analysis of Samarkand State University, Juraeva N. Y. Can. of Physical and Math. Sciences, Ass Pr. of the Department of Natural Sciences of TUIT. REGULARIZATION FOR POLYHARMONIC FUNCTIONS FOR SOME REGIONS IN $\boldsymbol{Rm}$. JOURNAL OF NORTHEASTERN UNIVERSITY Volume 26 Issue 01, 2023 ISSN: 1005-3026 https://dbdxxb.cn/ Original Research

11. Ашурова З. Р.кан физ-мат. наук, доц. Каф. Мат. Анализа СамГУ им. Ш. Рашидова,Узбекистан г. Самарканд, Жураева Н. Ю. кан физ-мат. наук, доц каф высшей математика ТУИТ, Узбекистан г. Ташкент. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ КАРЛЕМАНА. Volume 26 Issue 01, 2023 ISSN: 1005-3026 https://dbdxxb.cn/ Original Research Paper.Submitted: 13/03/2023 Accepted: 09/04/2023.734.