# BOG‘LIQSIZ HOLDA BUTSTREP BAHOLASH

**Solijonova Mavluda**
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Boshlang‘ich ta’lim o‘qituvchisi

***ANNOTATSIYA***

*Bu maqolada bog‘liqsiz holda butstrep baholashni statistik masalalarni tasodifiy jarayonga asoslanishda, bog‘liqlik turini aniqlash va statistikaning taqsimotini hisoblash masalasiga yordam beradi*

***Kalit so‘zlar:*** *Butstrep metodi,butsrep baholash, tasodifiy jarayon, tanlanma, statistika, bog‘liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy jarayon.*

Butstrep bu kompyuter intensiv metod bo‘lib, u keng turdagi statistik masalalarni tasodifiy jarayonga asoslanib hosil qilingan qat’iy strukturaviy farazlarsiz yechishga imkon beradi. 1979-yilda Efron tomonidan tanishtirilgandan beri butstrep o‘zining amaliy tatbiqlarini ko‘plab statistik masalalarda topdi. Ko‘plab statistik masalalarda, masalan bog‘liqlik turini aniqlashda $\boldsymbol{T_n = T_n(X_1, \cdots, X_n)}$ statistikaning taqsimotini hisoblash masalasiga duch kelinadi. Agar ma’lumotlar chiziqsiz bo‘lsa masala juda ham murakkab tus oladi. Shuning uchun parametrsiz hollarda blok butstrep metodi keng qo‘llaniladi.

Efronning bog‘liqsiz bir xil taqsimlangan metodining formulasini kiritishdan boshlaymiz. $X_1, X_2, \cdots$ umumiy $F$ taqsimotga ega bo‘lgan bog‘liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo‘lsin. Faraz qilaylik, berilgan ma’lumotlar $X_n = (X_1, \cdots, X_n)$ hosil qilsin va $T_n = t_n(X_n, F)$ biz qiziqtirayotgan tasodifiy miqdorlar bo‘lsin. Unutmaslik kerakki, $T_n$ olingan ma’lumotlar va noma’lum taqsimot $F$ ga bog‘liq. Oddiy misol sifatida normallashtirilgan $T_n$ tanlanma o‘rta qiymati $T_n \equiv n^{1/2}(\overline{X_n} - \mu)/\sigma$ styudentlashtirilgan taqsimotga keltirish mumkin: $T_n \equiv n^{1/2}(\overline{X_n} - \mu)/s_n$ bu yerda, $\overline{X_n} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} X_i$,

$s_n^2 = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$, $\mu = E(X_1)$ va $\sigma^2 = D(X_1)$

$G_n$ $T_n$ tasodifiy miqdorning tanlanma taqsimoti bo‘lsin. Maqsad $T_n$ ning noma’lum taqsimotini yoki ayrim umumiy xaraktrestikalari misol uchun $T_n$ ning standart chetlanishini aniq aproksimatsiyalashdir. Efronning[2] butsrep metodi $F$ model haqida hech bir tasavvursiz bu masalalarga yondashishga effektiv yo‘lini ta’minlaydi. $X_n$ berilgan, $X_n$ ning $m$ tasini qayta joylashtirish orqali

$X_n^* = \{X_1^*, \cdots, X_m^*\}$ oddiy tasodifiy tanlanmani hosil qilamiz. Shuningdek, $X_n$, $\{X_1^*, \cdots, X_m^*\}$, $P_*(X_1^* = X_i) = \frac{1}{n}$, $1 \le i \le n$ ega shart ostidagi bog‘liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar. Bu yerda $P_*$ $X_n$ ning shartli ehtimolligi. Shuning uchun $X_i^*$ larning umumiy taqsimoti empirik taqsimoti ko‘rinishida berilgan $F_n = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} \delta_{X_i}$ bo‘lib, bu yerda $\delta_y$ $y$ ga birlik massa qo‘yilgan ehtimollik o‘lchovi. Odatda qayta tanlash $m = n$ ko‘rinishida amalga oshiriladi. Shunga qaramasdan bir nechta boshqa usullar mavjud, bularga misol Athreya(1987), Arkones va Giyn(1989,1991), Bikkel, Gudze va Zvet(1997), Fukuchi(1994) va boshqalar.

Keyingi o‘rinda biz butsrep versiyasi $T_n$ ning $T_{m,n}^*$ ni ko‘ramiz, qaysiki $X_n$ ni $X_m^*$ $F$ ni $F_n$ bilan almashtirib hosil qilingan

$$T_{m,n}^* = t_m(X_n^* : F_n)$$

$X_n$ da berilgan $\hat{G}_{m,n}$ $T_{m,n}^*$ ning shartli taqsimoti deb faraz qilamiz. U holda butstrep prinsipi $\hat{G}_{m,n}$ $T_n$ ning noma’lum tanlanma taqsimot $G_n$ ning bahosi deb ta’kidlaydi. Agar biz $G_n$ o‘rniga $T_n$ ayni bir tanlanma taqsimot funksionali bo‘lgan $\varphi(G_n)$ baholamoqchi bo‘lsak, xuddi $G_n$ uchun $\hat{G}_{m,n}$ butstrep bahosi bo‘lganidek, $\varphi(G_n)$ uchun $\varphi(\hat{G}_{m,n})$ butstrep bahosi bo‘ladi. Misol uchun agar

$\varphi(G_n) = D(T_n) = \int x^2\, dG_n(x) - (\int x dG_n(x))^2$, butstrepning $D(T_n)$ uchun $\varphi(\hat{G}_{m,n}) = D\left(T_{m,n}^* \,\middle|\, X_n = \int x^2 d\hat{G}_{m,n}(x) - \left(x d\hat{G}_{m,n}(x)\right)^2\right)$ bo‘ladi. $X_n$ miqdorlar kuzatib bo‘lingach $X_i^*$ larning umumiy taqsimoti $F_n$ ma’lum bo‘ladi va shuning uchun

$\hat{G}_{m,n}$ shartli taqsimot va butstrep bahosi bo'lgan $\varphi(\hat{G}_{m,n})$ ni berilgan ma'lumotlar asosida topish (kamida nazariy jihatdan mumkin). Amaliyotda shunga qaramasdan aynan $\hat{G}_{m,n}$ ni topish judayam qiyin masala hattoki o'rtamiyona tanlanmalar uchun. Bu $X_m^*$ mumkin bo'lgan aniq qiymatlar soni $O(n^m)$ , $n \to \infty$ $va$ $m \to \infty$ da bog'liqsiz bir xil taqsimlangan butstrep shartida judayam tez o'sganligi uchun. Natijada $T_{m,n}^*$ ning shartli taqsimoti Monto-Karloning situmulyatsiyalari orqali yanayam aproksimatsiyalandi. Asosiy g'oyani ko'rsatish yana eng oddiy misol bo'lgan $T_n = \sqrt{m}(\bar{X}_n - \mu)/\sigma$ markazlashtirilgam va normalashgan o'rtachani ko'rib chiqamiz. Bu yerda $\mu = EX_1$, birinchi darajali parametr. Yuqorida berilgan tasniflashga ko'ra $T_n$ ning $T_{m,n}^*$ butstrep versiyasi quyidagicha:

$$T_{m,n}^* = \sqrt{m}(\bar{X}_m^* - E_* X_1^*)/\left(D_*(X_1^*)\right)^{1/2}$$

berilgan $X_n$ da butstrep o'rtachasi $\bar{X}_m^* = m^{-1}\sum_{i=1}^m X_i^*$ $E_*$ va $D_*$ $X_1^*, \cdots, X_m^*$ larning shartli matematik kutilmasi va shartli dispersiyasi bo'ladi. Har qanday $k \geq 1$ lar uchun

$$E_*(X_1^*)^k = \int x^k dF_n(x) = n^{-1}\sum_{i=1}^n X_i^k \quad (1)$$

o'rinli. Boshqacha aytganda, bu ko'rsatadiki, $E_*(X_1^*) = \bar{X}_n$ va

$D_*(X_1^*) \equiv s_n^2 = n^{-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$. Shuning uchun biz mos ravishda $\bar{X}_n$ ni $\bar{X}_n^*$ va $\mu$ va $\sigma^2$ ni $E_*(X_1^*)$ va $D_*(X_1^*)$ bilan almashtirish orqali $T_{m,n}^*$ ni ta'riflaymiz. Shuning uchun $T_n$ ning butstrep versiyasi

$$T_{m,n}^* = \sqrt{m}(\bar{X}_m^* - \bar{X}_n)/s_n \quad (2)$$

bo'ladi. Agar misol uchun bizni biror $\alpha \in (0,1)$ uchun $T_n$ ning $\alpha$ - kvantili bo'lgan $\varphi_\alpha(G_n)$ ni baholash qiziqtirsa $\varphi_\alpha(G_n)$ ning butstrep bahosi $\varphi_\alpha(\hat{G}_n)$ $T_{m,n}^*$ ning shartli taqsimotining $\alpha$ - kvantili bo'ladi. Yuqorida ta'kidlanganidek $\hat{G}_{m,n}$ ni aniqlash unchalik ham oson masala emas, shunga qaramasdan $EX_1^2 < \infty$ da va $m = n$ da bizda quyidagi natija mavjud. Eslatib o'tamiz d.m bilan deyarli muqarrar yaqinlashishni va $\Phi(\cdot)$ bilan $R$ da standart normal taqsimot funksiyasini belgilaymiz.

1 – Teorema: Agar $X_1, X_2, \cdots$ dispersiyasi $\sigma^2 = D(X_1) \in (0, \infty)$ bo'lgan bog'liqsiz bir xil taqsimlangan miqdorlar bo'lsin. U holda

$$\sup_x \left| P_*\left(T^*_{n,n} \le x\right) - \Phi(x/\sigma) \right| = o(1) \quad n \to \infty \text{ da d.m} \tag{3}$$

Markaziy Limit Teoremadan (MLT) ma'lumki, $T_n$ $N(0,1)$ taqsimotga ham taqsimot bo'yicha intiladi. Shuning uchun quyidagi

$$\hat{\Delta}_n \equiv \sup_x \left| \hat{G}_{n,n}(x) - G_n(x) \right| = \sup_x \left| P_*\left(T^*_{n,n} \le x\right) - P(T_n \le x) \right| = o(1) \tag{4}$$

$n \to \infty$ da d.m (4) o'rinli, ya'ni bog'liqsiz bir xil taqsimlangan butstrep metodi orqali hosil qilingan $T^*_{n,n}$ ning shartli taqsimoti $\hat{G}_{n,n}$ , $T_n$ ning tanlanma taqsimoti $G_n$ uchun asosli aproksimatsiya bo'ladi. Ba'zi qo'shimcha shartlar ostida Singh(1981) $\hat{\Delta}_n = O\left(n^{-1}(\log\log n)^{1/2}\right)$ $n \to \infty$ da d.m ligini ko'rsatgan. Shu sababli, $P(T_n \le \cdot)$ uchun butstrep aproksimatsiyasi klassik normal aproksimatsiyadan ancha aniqroq. Butstrep aproksimatsiyasining o'xshash optimallik xossalari ko'plab muhim masalalar uchun shakllantirilgan.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR


1. Efron, B. 'Bootstrap methods: Another look at the jackknife', The Annals of Statistics 7, 1-26.1979
2. Hall, P. The Bootstrap and Edgeworth Expansion, Springer-Verlag, New York, 1992
3. Lahiri,S.N Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics, 2003