

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

¹ Полатов А.М., ² Одилов Ж.К., ¹ Ниёзов Б.Д.

¹Национальный Университет Узбекистана,

asad3@yandex.ru,

bekzodniyozov1303@gmail.com,

²Каршинский государственный университет,

odilovjahongir1993@gmail.com

В статье приводится вычислительный алгоритм определения напряженного состояния двумерных стержневых металлоконструкций методом конечных элементов (МКЭ). На основе разработанного вычислительного алгоритма и программного обеспечения исследовано влияние конфигурации стержневой конструкции, находящего под действием заданных нагрузок. Приведены значения смещений и напряжений для различных значений высоты крайнего стержня конструкции. Установлено, что наилучшей конфигурацией является конструкция, в которой высота крайнего стержня соответствует половине высоты конструкции.

Ключевые слова: конструкция, стержень, узел, матрица жёсткости, напряжение, нагрузка.

Процедура расчёта метода конечных элементов (МКЭ) в форме перемещений заключается в следующем. Конструкция, с учетом её геометрии, разбивается на некоторое количество конечных элементов (КЭ), которые связаны между собой узлами, расположенными на их границах. Расчётная схема задачи, смоделированная таким образом совокупностью КЭ, рассматривается как дискретная и нагруженная узловыми силами, которые статически

эквивалентны действующим на элемент распределенным нагрузкам и граничным напряжениям.

Алгоритм решения задачи: состоит из следующих этапов [1,2].

1. Образование расчётной схемы.
2. Вычисление матриц $[K_r]$ жёсткости конечного элемента в местной системе координат XYZ .
3. Вычисление матриц $[T_r]$ ортогонального преобразования КЭ.
4. Вычисление матриц $[K_r^0]$ жёсткости КЭ в общей системе координат $X^0Y^0Z^0$:

$$[K_r^0] = [T_r]^T [K_r] [T_r]$$

5. Формирование матрицы жёсткости конструкции:

$$[K^0] = [A]^T [K_\kappa^0] [A]$$

6. Формирование разрешающей системы уравнений равновесия:

$$[K_*^0] \{Z^0\} = \{P^0\}$$

7. Решение системы уравнений, позволяющее определить вектор узловых перемещений конструкции в общей системе координат:

$$\{Z^0\} = [K_*^0]^{-1} \{P^0\}$$

8. Вычисление вектора внутренних узловых сил конструкции в общей системе координат:

$$\{S_\kappa^0\} = [K_\kappa^0] [A] \{Z^0\},$$

где

$$\{S_\kappa^0\} = \begin{Bmatrix} S_1^0 \\ S_2^0 \\ \vdots \\ S_n^0 \end{Bmatrix}$$

9. Вычисление векторов внутренних узловых сил КЭ в местной системе координат:

$$\{S_r\} = [T_r] \{S_r^0\} \quad (1.33)$$

10. Вычисление компонентов напряжений в узлах КЭ в местной системе координат.

Вычисление нормальных напряжений в сечениях КЭ, выполняется в начале и конце КЭ (начало - первый номер узла в матрице индексов, конец - второй номер узла в матрице индексов).

Приведенная последовательность расчёта и матричный аппарат МКЭ носят стандартный характер для КЭ различного типа и предусматривают применение ЭВМ на всех этапах расчёта, т. е. от ввода в компьютер информации о геометрии конструкции, её физических свойствах и нагрузке до получения окончательных результатов напряжённо-деформированного состояния конструкции [3].

Если к данной ферме приложены силы $P_1 \div P_5$, найти перемещение узловых точек, векторы продольных сил и составляющие напряжений стержня. Здесь физическими параметрами фермы являются модуль упругости $E=200$ ГПа, площадь поперечного сечения $F=10^{-3}$ м², приложенные силы $P_1 \div P_5= 1$ кН. Геометрические параметры: $a=10$ м, $h=12$ м.

Вычислительный эксперимент

Геометрическая постановка задачи приложена на рис. 1.



Рис. 1. Графическое представление задачи

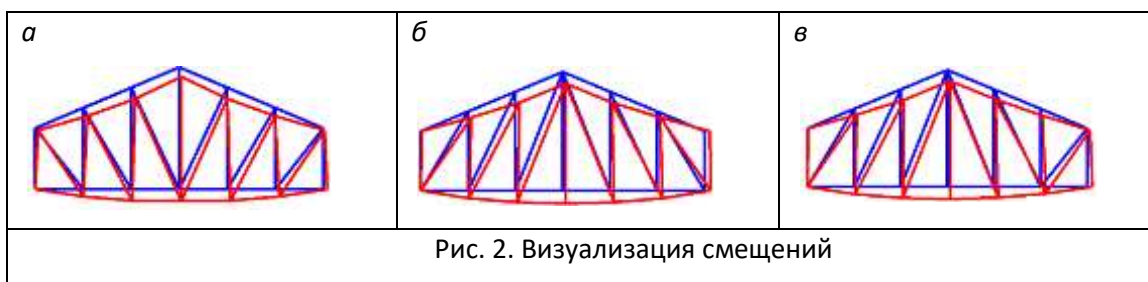
В табл. 1 приведены значения смещений и напряжений в центре и конце основания фермы для различных значений высоты крайнего стержня

конструкции. Так как по направлению оси ОХ перемещение точки В свободны, то в табл. 1 приведены значения смещения и напряжения, которые зависят от высоты крайние стержня. Анализ результатов расчетов показывает, что наилучшее значения смещений и напряжений наблюдаются при $h/2$, где $l_b = 0,342 \cdot 10^{-3}$ м. и $\sigma_b = 2.5 \cdot 10^4$ Н/см² (табл. 1).

Табл. 1

высота	l_a [м]	σ_a [Н/см ²]	l_b [м]	σ_b [Н/см ²]
h	$0,1547 \cdot 10^{-2}$	16000,983	$0,2600 \cdot 10^{-3}$	25005,875
3h/4	$0,1152 \cdot 10^{-2}$	17454,545	$0,2945 \cdot 10^{-3}$	25002,972
h/2	$0,9723 \cdot 10^{-3}$	18200,023	$0,3420 \cdot 10^{-3}$	25000,042
3h/8	$0,9865 \cdot 10^{-3}$	20210,526	$0,3735 \cdot 10^{-3}$	24999,999
h/4	$0,1096 \cdot 10^{-2}$	21333,333	$0,4133 \cdot 10^{-3}$	24999,999
0	$0,1879 \cdot 10^{-2}$	24000,067	$0,8400 \cdot 10^{-3}$	39051,248

На рис.2 приведены графическое представление решения задачи для различных конфигураций стержневых систем при $h/2$, где можно наблюдать смещения конструкции под действием заданных внешних нагрузок.



Анализ результатов расчёта показывает, что минимальное смещение соответствует конструкции на рис. 2.а, максимальное смещение соответствует конструкции на рис. 2.б.

Сравнивая результаты вычислительного эксперимента (табл. 2), исследуется влияние конфигурации на смещения и напряжения центральной и крайней точек фермы, которые расположены оси ОХ. Наилучшей конфигурацией конструкции

является система стержней, которая соответствует высоте крайнего стержня равной $h/2$, так как в этом случае $l_a = 0.9723 \cdot 10^{-3}$ м, $\sigma_a = 1.82 \cdot 10^4$ Н/см², $l_b = 0,3420 \cdot 10^{-3}$ и $\sigma_b = 2.50 \cdot 10^4$ Н/см².

Табл. 2

высота	l_a [м]	σ_a [Н/см ²]	l_b [м]	σ_b [Н/см ²]
h/2 (a)	$0,9723 \cdot 10^{-3}$	18200,023	$0,3420 \cdot 10^{-3}$	25000,042
h/2 (б)	$0,1131 \cdot 10^{-2}$	19202,999	$0,5219 \cdot 10^{-3}$	29154,759
h/2 (в)	$0,1086 \cdot 10^{-2}$	19059,567	$0,4470 \cdot 10^{-3}$	27876,842

Заклучение

На основе разработанного вычислительного алгоритма и программного обеспечения исследовано влияние конфигурации стержневой конструкции, находящего под действием заданных нагрузок. Приведены значения смещений и напряжений для различных значений высоты крайнего стержня конструкции. Установлено, что наилучшей конфигурацией является конструкция, в которой высота крайнего стержня соответствует половине высоты конструкции.

Список литературы

1. Икрамов А.М., Одилов Ж.К. Вычислительный алгоритм определения напряженного состояния двумерных стержневых металлоконструкций // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2022. – № 6(45). – С. 18-25.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. – 541 с.
3. Дьяков И. Ф., Чернов С. А., Черный А. Н. Метод конечных элементов в расчётах стержневых систем / - Ульяновск: УлГТУ, 2010. - 133 с.