ТЕОРЕМЫ О ГИПЕРБОЛЕ И ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКАХ

Нориева Азиза Жасур кизи

Джизакский филиал Национального университета Узбекистана,

кафедра прикладной математики, ассистент.

noriyevaaziza@gmail.com

АННОТАЦИЯ

В статье приведены связи между одной из прямых второго порядка - гиперболой - и ее асимптотой и точками пересечения, которые могут быть использованы студентами и преподавателями, изучающими науку аналитическая геометрия.

Ключевые слова: *Гипербола, асимптота, попытка, фокус, расстояние.*

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что каноническое уравнение гиперболы имеет следующий вид:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

где a, b — длины вещественной и абстрактной полуосей. Гипербола является равносторонней, если $a = b$. Точки пересечения гиперболы с действительной осью называются вершинами гиперболы, а точки $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ — фокусами гиперболы. Здесь $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Число $e = \frac{c}{a} > 1$ называется эксцентриситетом гиперболы.[1]

ЛИТЕРАТУРНЫЙ АНАЛИЗ И МЕТОДОЛОГИЯ

Если произвольная точка $M(x, y)$ на левой ветви гиперболы и ее расстояния до фокусов $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ равны r_1, r_2, то:

$$r_1 = -a - ex,\ r_2 = +a - ex\ \ (x \leq -a)$$

Если точка M(x,y) расположена на правой ветви гиперболы, ее расстояния до фокусов $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ равны:

$$r_1 = a + ex,\ r_2 = -a + ex \ \ (x \geq a)$$

будет.[1], [2], [3]

РЕЗУЛЬТАТ

Теорема. Расстояние от произвольной точки M до фокуса F на гиперболе равно отрезку прямой, проведенной через эту точку параллельно асимптоте, ограниченной директрисой, соответствующей точке M и фокусу F.[1]

Доказательство. Расстояние от точки $M(x_0, y_0)$ до фокуса $F(c;0)$.

$$MF = \sqrt{(x_0 - c)^2 + {y_0}^2}$$

будет равен Запишем уравнение прямой, параллельной асимптоте $y = \frac{b}{a}x$, проходящей через точку . $M(x_0, y_0)$:

$$l: y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0)$$

Теперь определяем координаты точки пересечения N прямой l с направляющей $x = \frac{a^2}{c}$:

$$N(\frac{a^2}{c}; \frac{b}{a}\left(\frac{a^2}{c} - x_0\right) + y_0)$$

Тогда расстояние MN равно:

$$MN = \sqrt{\left(x_0 - \frac{a^2}{c}\right)^2 + \left(y_0 - \frac{b}{a}\left(\frac{a^2}{c} - x_0\right) - y_0\right)^2} =$$

$$= \sqrt{{x_0}^2 - \frac{2a^2x_0}{c} + \frac{a^4}{c^2} + \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{a^2}{c} - x_0\right)^2} =$$

$$= \sqrt{{x_0}^2 - \frac{2a^2x_0}{c} + \frac{a^4}{c^2} + \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{a^4}{c^2} - 2\frac{a^2x_0}{c} + {x_0}^2\right)} =$$

$$= \sqrt{{x_0}^2 - \frac{2a^2x_0}{c} + \frac{a^4}{c^2} + \frac{a^2b^2}{c^2} - \frac{2b^2x_0}{c} + \frac{b^2{x_0}^2}{a^2}} =$$

$$= \sqrt{{x_0}^2 - \frac{2(a^2+b^2)x_0}{c} + a^2 + \frac{b^2{x_0}^2}{a^2}} =$$

$$= \sqrt{{x_0}^2 - 2cx_0 + c^2 - c^2 + a^2 + \frac{b^2{x_0}^2}{a^2}} == \sqrt{(x_0-c)^2 + \frac{b^2{x_0}^2}{a^2} - b^2}$$

$$= \sqrt{(x_0-c)^2 + {y_0}^2} = MF$$

Так, $MF = MN$.

Теорема. Точка попытки гиперболы, произведение отрезков, отделенных от асимптот (считая от центра) этой попытки, равна квадрату половины расстояния между фокусами. [1]

Доказательство. Тестовое уравнение гиперболы, перенесенной в произвольную точку $M_0(x_0, y_0)$

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

асимптотные уравнения с

$$y = \pm\frac{b}{a}x$$

решая совместно, находим координаты точек пересечения N, P:

$$\begin{cases} \frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1 \\ y = \pm\frac{b}{a}x \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{xx_0}{a^2} - \frac{\pm\frac{b}{a}xy_0}{b^2} = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x\left(\frac{x_0}{a^2} \mp \frac{\frac{b}{a}xy_0}{b^2}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{a^2b}{bx_0 \mp ay_0} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{b}{a} \cdot \frac{a^2b}{bx_0 - ay_0} = \frac{ab^2}{bx_0 - ay_0}$$

$$y_2 = -\frac{b}{a} \cdot \frac{a^2b}{bx_0 + ay_0} = -\frac{ab^2}{bx_0 + ay_0}$$

Так,

$$N\left(\frac{a^2b}{bx_0-ay_0};\frac{ab^2}{bx_0-ay_0}\right), P\left(\frac{a^2b}{bx_0+ay_0};-\frac{ab^2}{bx_0+ay_0}\right)$$

Расстояния от начала координат до этих точек

$$ON=\frac{abc}{|bx_0-ay_0|},\quad OP=\frac{abc}{|bx_0+ay_0|}$$

кратно

$$ON\cdot OP=\frac{a^2b^2c^2}{b^2x_0^2-a^2y_0^2}=\frac{c^2}{\frac{x_0{}^2}{a^2}-\frac{y_0{}^2}{b^2}}=c^2$$

равно. Теорема доказана.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Некоторые свойства прямых второго порядка на плоскости представлены как задачи в задачнике аналитической геометрии, что может вызвать некоторые затруднения у младших школьников. Приведенные выше теоремы будут полезны молодым студентам, желающим самостоятельно изучать аналитическую геометрию.

ЛИТЕРАТУРА

1. S.V.Baxvalov, P.S.Modenov, A.S.Parxomenko. Analitik goemetriyadan masalalar to‘plami. Toshkent.2005.
2. Meliyeva Mohira Zafar qizi, & Noriyeva Aziza. (2023). KO‘PHADLARNI HOSILA YORDAMIDA KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISH . *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ*, *20*(3), 117–120. Retrieved from http://newjournal.org/index.php/01/article/view/5708
3. Нориева A. Koshi tengsizligi va uning qiziqarli masalalarga tadbiqlari //Современные инновационные исследования актуальные проблемы и развитие тенденции: решения и перспективы. – 2022. – Т. 1. – №. 1. – С. 361-364.

4. Abdunazarov R. Issues of effective organization of practical classes and clubs in mathematics in technical universities. Mental Enlightenment Scientific-Methodological Journal. Current Issue: Volume 2022, Issue 3 (2022) Articles.
5. Абдуназаров Р. О. численной решение обратной спектральной задачи для оператора Дирака //Журнал "Вопросы вычислительной и прикладной математики. – №. 95. – С. 10-20.
6. Отакулов С., Мусаев А. О. Применение свойства квазидифференцируемости функций типа минимума и максимума к задаче негладкой оптимизации //Colloquium-journal. – Голопристанський міськрайонний центр зайнятості, 2020. – №. 12 (64). – С. 48-53.
7. Мусаева А. О. Зарубежная система финансирования образовательных учреждений //Наука и новые технологии. – 2011. – №. 10. – С. 75-81.
8. Мусаев А. О. Интеграция образовательных систем России и Дагестана XIX века //Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. – 2010. – №. 3. – С. 21-24.