

УДК 517.958:539.3

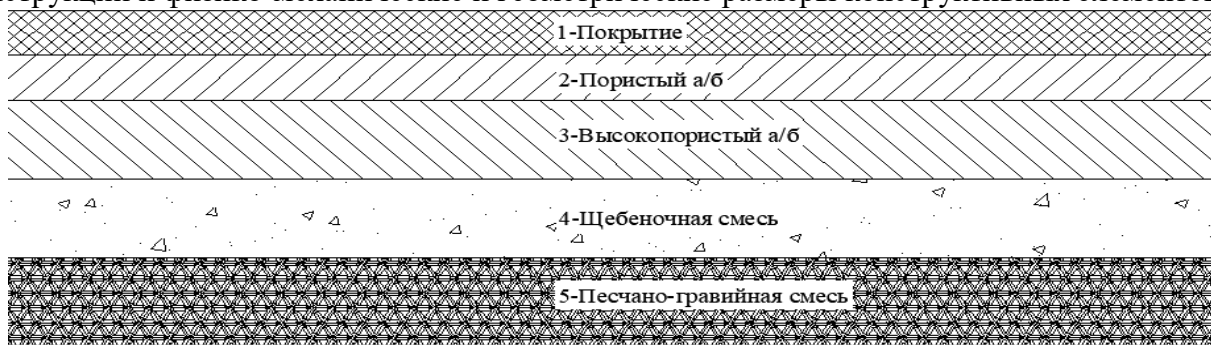
**МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТРЁХСЛОЙНЫХ ПЛИТ ИЗ АСФАЛЬТОБЕТОННЫХ ПОКРЫТИЙ**

Проф. А. Абдусаттаров, А.М. Карабаев, Ф.Э. Абдукадиров, С.Ш. Хожаматов  
 Ташкентский государственный транспортный университет, Узбекистан  
 E-mail: [farkhod.toshkent@gmail.com](mailto:farkhod.toshkent@gmail.com)

**Аннотация.** В работе приводятся модели деформирования и схема расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных плит из асфальтобетонных покрытий. На основе вариационного принципа Лагранжа получены уравнения равновесия трехслойной плиты в перемещениях при упругопластическом нагружении.

**Ключевые слова:** конструкция, модель, нелинейность, деформирования, трехслойные плиты, асфальтобетонная покрытия, нагружения

**Введение.** Исследования напряженно–деформированного состояния (НДС) пластин из асфальтобетонных покрытий является – наиболее важные условия повышения их применения в отраслях строительства. В монографии [1] изложены современные представление о составе, структуре, физика–механических и реологических свойств дорожных покрытий, а также системы оценки качества дорожных асфальтобетонов различных типов, видов и назначение. В статье [2] рассматривается конструкции, состоящую из слоистых асфальтобетонной дорожной одежды с основанием из щебеночной смеси. На рис.1 представлена схематический вид дорожной конструкции и физико-механические и геометрические размеры конструктивных элементов [3].



**Рис.1.** Схематический вид дорожной конструкции.

В табл.1. приведены геометрические размеры конструктивных слоев и физико-механические характеристики материалов.

Табл.1

№	Материал слоя	h слоя, см	Расчет по допустимому упруг. прогибу, E, МПа	Расчет по усл. сдвигоустойчивости, E, Па	Расчет на растяжение при изгибе			
					E, МПа	R <sub>o</sub> , МПа	□	m
1.	Асфальтобетон плотный на БНД марки 60/90	6	3200	1800	4500	9,80	5,2	5,5
2	Асфальтобетон пористый на БНД марки 60/90	9	2000	1200	2800	8,0	5,9	4,3
3.	Асфальтобетон высокопористый на БНД марки 60/90	12	2000	1200	2100	5,65	6,3	4,0
4.	Гравийная смесь	40	205	205	205	-	-	-
5.	Супесь пылеватая W <sub>п</sub> = 0,7W <sub>т</sub>	-	46	46	46	-	-	-

**Постановка задачи и методы решения.** Следуя [4,5], приведены постановка и методика решения задач статики элементов конструкций типа несимметричного по толщине трехслойных пластин с жестком наполнителем на упругом основании. Система координат связывается со срединной плоскости заполнителя. На плиту действуют внешние распределенные поверхностные нагрузки  $q, P_x, P_y$  и реакция упругого основания по Винклеру.

В соответствии с известными геометрическими гипотезами продольные перемещения в слоях  $u^{(k)}$  выражается через искомым функции  $u_x, u_y, \psi_x, \psi_y, w$ .

$$\begin{aligned} u_x^{(1)} &= u_x + c\psi_x - cw_{,x}, & u_y^{(1)} &= u_y + c\psi_y - cw_{,y} & (c \leq z \leq c + h_1) \\ u_x^{(3)} &= u_x + z\psi_x - zw_{,x}, & u_y^{(3)} &= u_y + z\psi_y - zw_{,y} & (-c \leq z \leq c) \\ u_x^{(2)} &= u_x - c\psi_x - zw_{,x}, & u_y^{(2)} &= u_y - c\psi_y - zw_{,y} & (-c - h_2 \leq z \leq -c) \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z$  – расстояние от рассматриваемого волокна до срединной плоскости заполнителя; запятой в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней соответствующей координате.

Используя соотношение Коши и выражения (1), получим компоненты деформаций в слоях:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^{(1)} &= u_{x,x} + c\psi_{x,x} - zw_{,xx}, & \varepsilon_{xx}^{(1)} &= u_{y,y} + c\psi_{y,y} - zw_{,yy} & (c \leq z \leq c + h_1) \\ \varepsilon_{xx}^{(3)} &= u_{x,x} + z\psi_{x,x} - zw_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(1)} &= u_{y,y} + z\psi_{y,y} - zw_{,yy} & (-c \leq z \leq c) \\ u_x^{(2)} &= u_{x,x} - c\psi_{x,x} - zw_{,xx}, & u_y^{(1)} &= u_{y,y} - c\psi_{y,y} - zw_{,yy} & (-c - h_2 \leq z \leq -c) \end{aligned} \quad (2)$$

Для связи напряжений и деформации в слоях используются уравнения состояния на основе теории малых упругопластических деформаций – Ильюшина:

$$S_{ij}^{(k)} = 2G_k(1 - \omega_k(\varepsilon_u^{(k)}))\varepsilon_{ij}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k \varepsilon^{(k)} \quad (3)$$

здесь  $S_{ij}^{(k)}, \sigma^{(k)}, \varepsilon_{ij}^{(k)}, \varepsilon^{(k)}$  – девиаторные и шаровые части тензора напряжений и деформаций;  $G_k, K_k$  – модуль сдвиговой и объемной деформации  $k$ -го слоя;  $\varepsilon_u^{(k)}$  – интенсивность деформации;  $\omega_k(\varepsilon_u^{(k)})$  – функция пластичности, описывающая физическую нелинейность материала. Для функции пластичности принимаются следующие выражения:

$$\omega^{(k)}(\varepsilon_u^{(k)}) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_u^{(k)} \leq \varepsilon_{y0}^{(k)} \\ A \left( 1 - \frac{\varepsilon_y^{(k)}}{\varepsilon_u^{(k)}} \right)^\alpha & \varepsilon_u^{(k)} > \varepsilon_{y0}^{(k)} \end{cases}, \quad \omega^{(3)}(\varepsilon_u^{(3)}) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_u^{(3)} \leq \varepsilon_{u0}^{(3)} \\ A_1 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{u0}^{(3)}}{\varepsilon_u^{(3)}} \right)^{\alpha_1} & \varepsilon_u^{(3)} > \varepsilon_{u0}^{(3)} \end{cases}$$

Для вывода уравнения равновесия трехслойного плиты воспользовались вариационным принципом Лагранжа

$$\delta(A - \Pi) = 0 \quad (4)$$

где  $\delta A$  - вариация работы внешних сил:

$$\delta A = \iint_S (P_x \delta u_x + P_y \delta u_y + (q + q_A) \delta w) dS \quad (5)$$

$\delta \Pi$  - вариация потенциальной энергии, имеющие вид:

$$\delta \Pi = \iint_S \left\{ \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} (\sigma_{xx}^{(k)} \delta \varepsilon_{xx}^{(k)} + \sigma_{yy}^{(k)} \delta \varepsilon_{yy}^{(k)} + \sigma_{xy}^{(k)} \delta \varepsilon_{xy}^{(k)}) dz + 2 \int_{h_k} (\sigma_{xz}^{(k)} \delta \varepsilon_{xz}^{(k)} + \sigma_{yz}^{(k)} \delta \varepsilon_{yz}^{(k)}) dz \right\} dx dy \quad (6)$$

Теперь определяем компоненты тензора напряжений в слоях, используя соотношения (3). Выделим линейных (индекс “e”) и нелинейные (индекс “ $\omega$ ”) части компонентов напряжений в следующем виде [5]:

$$\sigma_{ij}^{(k)} = \sigma_{ij}^{(k)e} - \sigma_{ij}^{(k)\omega} \quad (7)$$

где  $\sigma_{ij}^{(k)e} = 2G_k \varepsilon_{ij}^{(k)} - 3K_k \varepsilon^{(k)} \delta_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}^{(k)\omega} = 2G_k \omega_k \varepsilon_{ij}^{(k)}$

Внутренние усилия и моменты в слоях плиты также представим в виде разности линейной и нелинейной составляющих, например,

$$N_{xx}^{(k)} = N_{xx}^{(k)e} - N_{xx}^{(k)\omega}, \quad Q_{xx}^{(k)} = Q_{xx}^{(k)e} - Q_{xx}^{(k)\omega}, \dots, M_{xy}^{(k)} = M_{xy}^{(k)e} - M_{xy}^{(k)\omega}, \quad (8)$$

где линейные части, например:

$$N_{xx}^{(k)e} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)e} dz = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} (K_k^+ \varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^- \varepsilon_{yy}^{(k)}) dz \quad (9)$$

а нелинейные слагаемые внутренних усилий:

$$N_{xx}^{(k)\omega} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)\omega} dz = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \left( \frac{4}{3} G_k \varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{2}{3} G_k \varepsilon_{yy}^{(k)} \right) \omega_k dz$$

$$Q_{xz}^{(3)e} = \int_{-c}^c \sigma_{xz}^{(3)\omega} dz = 2 \int_{-c}^c G_3 \omega_3 \varepsilon_{xz}^{(3)} dz \quad M_{xx}^{(k)\omega} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)\omega} dz = 2 \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} G_k \omega_k \varepsilon_{xy}^{(k)} dz \quad (10)$$

Введя обобщенные внутренние усилия и моменты и используя соотношения (8) из вариационного уравнения получена система дифференциальных уравнения равновесия трехслойных плиты в усилиях с учетом физической нелинейности материалов слоев с соответствующие граничными условиями в виде [5], например:

$$N_{xx,x}^e + Q_{xy,y}^e = -P_x + P_{x\omega}; \quad N_{yy,y}^e + Q_{xy,y}^e = -P_y + P_{y\omega}$$

$$M_{xx,xx}^e + 2M_{xy,xy}^e + M_{yy,yy}^e = q + q_R + q_\omega \quad (11)$$

где нелинейных свойств слоев учитываются дополнительными слагаемыми в правых частях уравнений с индексом “ω”, например:

$$P_{x\omega} = N_{xx,x}^\omega + Q_{xy,y}^\omega; \quad P_{y\omega} = N_{yy,y}^\omega + Q_{xy,x}^\omega; \quad q_\omega = M_{xx,xx}^\omega + 2M_{xy,xy}^\omega + M_{yy,yy}^\omega \quad (12)$$

К систему уравнений (11) следует добавить граничные условия для пластин вдоль линии  $y=0;b$  и  $x=0;a$  с учетом величины с индексом “ω”.

Определив внутренних усилий и подставив их в уравнения равновесия (12), получим систему нелинейных дифференциальных уравнений в перемещениях. Для решения данной системы применяется итерационный метод – метод упругих решений Ильюшина. Входящие в правые части величины  $P_{x\omega}$ ,  $P_{y\omega}$ , ...  $q_\omega$  служат “дополнительными” внешними нагрузками. На первом шаге итерации они нулевые, в дальнейшем на каждом шаге они вычисляются по результатом предыдущего приближения [5,6].

В качества иллюстрации приведены результаты расчета цилиндрического изгиба упругой асфальтобетонный покрытий на упругом основании. На рис.1 показано изменения прогиба –  $w$  и относительного сдвига в заполнителя –  $\psi_x$ . Кривые соответствует различным по величине коэффициентом жесткости основания  $k$ .

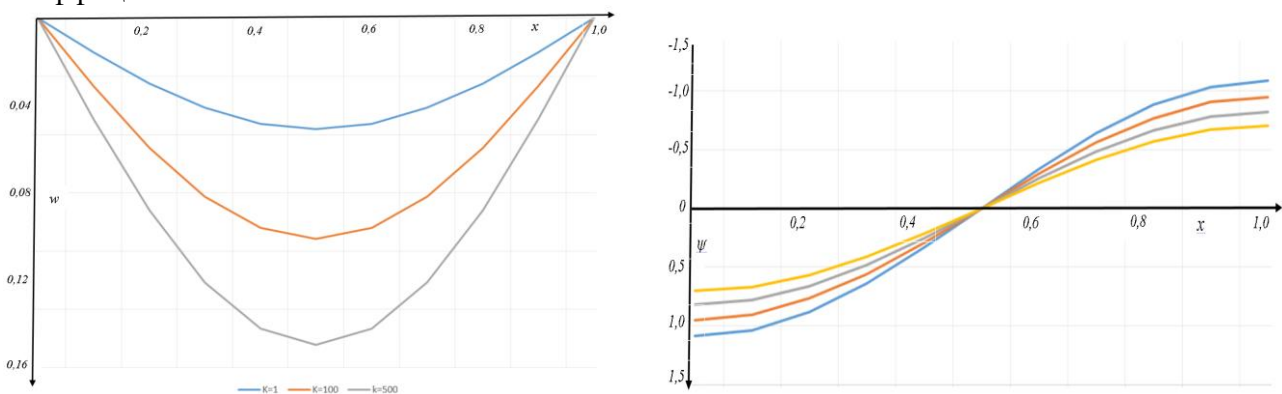


Рис.2. Характер изменения прогиба –  $w$  и относительного сдвига –  $\psi_x$ .

**Заключение.** На основе соотношений теории малых упругопластических деформаций и вариационного принципа разработаны модели деформирования, получена система дифференциальных уравнения равновесия трехслойной плиты из асфальтобетонного покрытия. Приведены численные результаты расчета.

#### Литературы

1. Золоторёв В.А. Избранные труды. Том 3. Дорожные асфальтобетоны. –Санкт – Петербург: Изд.дом «Славутич», 2015. – 184 с.
2. Телтаев Б.Б. Закономерность самоорганизации асфальтобетонного покрытия при низкотемпературном трещинообразовании //Вестник КазДорНИИ, ¾, 2016. – 104 с
3. Карабаев А.М. Асфальтобетон на основе комплексного органического вяжущего. Монография. Т.: 2019, 180 с.
4. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. М.: URSS. 2019. – 344 с. (переизд)
5. Старовойтов Э.И. Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки. —Гомель: БелГУТ, 2002. 344 с.
6. Старовойтов Э.И., Абдусаттаров А., Рузиева Н.Б. Циклическое нагружение упругопластических трёхслойных стержней с учетом их повреждаемости. //Проблемы механики, 2023, №1, с.66-74.