

INTEGRAL. BOSHLANGICH FUNKSIYA. ANIKMAS INTEGRAL VA UNING XOSSASI. ASOSIY FORMULALAR JADVALI.

Darmonova Adolat Bahodir qizi

Chirchiq davlat pedagogika universiteti

***Annotatsiya:** Maqolada “Integral. Boshlangich funksiya. Anikmas integral va uning xossasi. Asosiy formulalar jadvali” “Bumerang” texnologiyasi yordamida o‘qitish usuli yoritilgan. Bumerang texnologiyasi turli mazmun va harakatga (muommoli, munozarali, turli mazmunli) ega bo‘lgan mavzularni o‘rganishda qulay bo‘lib, o‘z ichiga og‘zaki va yozma ish shakllarini qamrab oladi, hamda bir mashg‘ulot davomida har bir mashg‘ulot davomida har bir ishtirokchining turli topshiriqlarni bajarishi navbat bilan talaba yoki o‘qituvchi rovida bo‘lishi, kerakli ballni to‘plashiga imkon beradi. Talabalarni mashg‘ulot jarayonida darsdan tashqarida turli adabiyotlar, matnlar bilan ishlash, o‘rganilgan materialni yodida saqlab qolish, so‘zlab berish fikrini aniq bayon eta olish hamda bir dars davomida talabalarni baholay olishga qaratilgan.*

***Kalit so‘zlar:** Integral, boshlang‘ich funksiya, aniqmas integral, dars, talaba, o‘qituvchi, mavzu, baholash, guruh, o‘quv material.*

***Abstract:** In the article "Integral. Initial function. Anikmas integral and its property. The table of basic formulas " The method of teaching with the help of "Boomerang" technology is explained. Boomerang technology is convenient for learning topics with different content and movement (problematic, controversial, different content) and includes oral and written forms of work. and during one session, during each session, each participant performs different tasks, alternately in the role of a student or a teacher, and allows him to collect the necessary points. During the training, students are directed to work with various literatures and texts outside of class, to keep the learned material in mind, to be able to express their thoughts clearly, and to be able to evaluate students during one lesson.*

1. Boshlang'ich funksiya. Aniqmas integral va uning xossasi.

$y=f(x)$ funksiyasi (a, v) integralda berilgan bo'lsin.

$F(x)$ esa shu oraliqdadifferensiallanuvchi funksiya bo'lsin.

1-Ta'rif. Agar $F(x)$ funksiyaning hosilasi $F'(x)$ berilgan $f(x)$ funksiya teng bo'lsa, $F'(x) = f(x)$ yoki $dF(x) = f(x) dx$ bo'lsa, u holda $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi deb ataladi.

Misol: 1. $F(x) = x^2$ bo'lsin. Bu funksiyaning boshlang'ich funksiyasi

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c \text{ bo'ladi.}$$

2. $f(x) = \cos x$ bo'lsin. Bu funksiyaning boshlang'ich funksiyasi $F(x) = \sin x$ bo'ladi, chunki $F'(x) = (\sin x)' = \cos x = f(x)$

Agar $f(x)$ funksiya (a, b) da uzluksiz bo'lsa, u holda bu funksiya shu oraliqda boshlang'ich funksiya ega bo'ladi. $f(x)$ funksiya (a, b) da berilgan bo'lib, u shu oraliqda ikkita $F(x)$ va $F(x)$ boshlang'ich funksiyalariga ega bo'lsin.

Ta'rifga binoan $F'(x) = f(x)$, $F'(x) = f(x)$ bo'ladi.

Demak, $F'(x) = f(x)$, u holda yuqorida keltirilgan natijaga ko'ra $F(x)$ va $F(x)$ funksiyalar bir-biridan o'zgarmas songa farq qiladi.

$$f(x) = F(x) + C \quad (C - \text{const})$$

Demak, berilgan $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyalari cheksiz ko'p bo'lib, ular bir-biridan o'zgarmas songa farq qiladi. Agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiya bo'lsa, unda $f(x)$ ning istalgan funksiyasi

$$F(x) + C \quad (C - \text{const}) \text{ ko'rinishda bo'ladi.}$$

2-ta'rif: Agar $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, u holda $F(x) + C$ ifoda $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali deyiladi va $\int f(x) dx$ kabi belgilanib,

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \quad (C - \text{const}) \text{ ko'rinishda yoziladi.}$$

Bu yerda $f(x)$ – integral ostidagi funksiya

$$F(x) dx \text{ – integral ostidagi ifoda}$$

\int - integral belgisi

x – integralning uzgaruvchisi

$f(x)$ – oshlangich funksiyasini topish amali funksiyani integrallash deyiladi.

Aniqmas integralning xossalari.

1. Aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiyaga tengdir

$$(\int f(x) dx)' = f(x)$$

2. Aniqmas integralning differensialini integral ostidagi ifodaga tengdir:

$$d\int f(x) dx = f(x) dx$$

1 va 2 xossalar aniqmas integral ta'rifidan kelib chikadi.

3. Funksiya differensialining aniqmas integrali u funksiyadagi ixtiyoriy

o'zgarishni qo'shilganiga tengdir $\int d[F(x)] = F(x) + C$

$$\text{Isbot: } \int d[F(x)] = \int F'(x) dx + C$$

4. O'zgarish ko'paytuvchini integral belgisi oldiga chiqarish mumkin, ya'ni

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

Isbot: integral ta'rifiga asosan

$$[\int a f(x) dx]' = a f(x)$$

Ikkinchi tomondan $[a \int f(x) dx]' = a [\int f(x) dx]' = a f(x)$

Shunday qilib $\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$

5. Bir nechta funksiyaning algebraik yig'indisidan olingan aniqmas integral shu

funksiyalardan olingan integrallarning algebraik yig'indisiga teng, ya'ni

$$\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx = \int f_1(x) dx - \int f_2(x) dx - \int f_3(x) dx$$

Isbot : ta'rifga asosan

$$(\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx)' = f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)$$

Ikkinchi tomondan $(\int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx - \int f_3(x) dx)' =$

$$= (\int f_1(x) dx)' + (\int f_2(x) dx)' - (\int f_3(x) dx)' = f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)$$

Natija. x o'zgaruvchidan boshqa u o'zgaruvchiga o'tilganda integral ko'rinishi o'zgarmaydi, ya'ni

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

$$\int f(u) du = F(u) + C$$

Asosiy integrallar jadvali.

$$\text{I. } \int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C \quad (m \neq -1)$$

$$\text{II. } \int dx/x = \ln |x| + C \quad x \neq 0$$

$$\text{III. } \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\text{IV. } \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\text{V. } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\text{VI. } \int e^x dx = e^x + C$$

$$\text{VII. } \int dx/\cos^2 x = \operatorname{tg} x + C$$

$$\text{VIII. } \int dx/\sin^2 x = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\text{IX. } \int dx/(1+x^2) = \operatorname{arctg} x + C$$

$$\text{X. } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$$

$$\sqrt{1-x^2}$$

$$\text{XI. } \int \text{tg}x \, dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$\text{XII. } \int \text{ctg}x \, dx = \ln |\sin x| + C$$

$$\text{XIII. } \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctg(x/a) + C$$

$$\text{XIV. } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin(x/a) + C$$

$$\text{XV. } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C$$

$$\text{XVI. } \int \frac{dx}{x^2 \pm a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$$

Bu integrallardan birining, masalan $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + c$

to'g'riligini ko'ramiz.

Integrallash usullari.

1. Bevosita integrallash usuli.

2. Differensial belgisi ostiga kiritish usuli.

$$x = \varphi(u), \quad dx = \varphi'(u) du \text{ deb olsak}$$

$$\int f(x) dx = \int f[\varphi(u)] \varphi'(u) du \text{ buladi}$$

Bunday usul o'zgaruvchini almashtirish usuli deb ataladi. Sodda xollarda integral belgisi ostidagi differensial ifodani kuyida kursatilganidek:

$$dx = (1/a) d(ax + b); \quad 2x dx = d(x^2) \quad \cos x dx = d(\sin x) \quad dx/x = d(\ln x)$$

va shunga o'xshash almashtirib va kavslar ichidagi ifodalarni u deb faraz qilish asosida yangi o'zgaruvchi u ni kiritish amalini ko'ngilda bajarish tavsiya qilinadi.

Bu usul bilan integrallash bevosita integrallash deyiladi.

$$1\text{-misol: } \int \frac{dx}{1+9x^2} = \frac{1}{3} \int \frac{d(1+(3x)^2)}{1+(3x)^2} = \frac{1}{3} \arctg 3x + c$$

Bo'laklab integrallash.

Bu usul ikki funksiyaning ko'paytmasini differensiallash formulasidan kelib chiqadi. Faraz qilaylik, $u(x)$ va $v(x)$ – x ning differensiallanuvchi funksiyalari bo'lsin.

Bu funksiyalar ko'paytmasining differensialini topamiz:

$$d(uv) = v du + u dv$$

$$\text{bundan } udv = d(uv) - vdu$$

Oxirgi tenglikning ikkala qismini integrallab, quyidagini topamiz:

$$\int udv = \int d(uv) - \int vdu \quad \text{yoki} \quad \int udv = uv - \int vdu$$

Bu formula bo'laklab integrallash formulasi deyiladi.

$$\text{Ushbu I } \int x^m \sin x dx; \quad \int x^m \cos x dx; \quad \int x^m e^x dx$$

Tipidagi integrallar uchun $x^m = u$

qolgan ko'paytuvchilar $= dv$ belgilash qulaydir

$$\text{II } \int x^m \ln x dx; \quad \int x^m \arcsin x dx; \quad \int x^m \arccos x dx;$$

$$\int x^m \arctg x dx; \quad \int x^m \text{arcctg} x dx;$$

tipidagi integrallar uchun

transsendent ko'paytuvchi = u
 qolgan kupaytuvchilar = dv } deb belgilash qulaydir.

III. $\int e^{ax} \sin bx \, dx$; $\int e^{ax} \cos bx \, dx$

Tipidagi integrallar uchun

kolgan kupaytuvchilar $e^{ax} = u$
 $= dv$ } deb olish kulaydir.

$$\text{Misol: } \int \ln x \, dx = \left. \begin{array}{l} \ln x = u \quad du = dx/x \\ dx = dv \quad v=x \end{array} \right| = x \ln x - \int x \cdot (1/x) \, dx = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$$

Xulosa: Demak, integrallashni bo'laklab ishlash mumkin. Integrallashning usullari bevosita integrallash usuli va differensial belgisi ostiga kiritish usullari mavjud. Aniqmas integrallash jadvali asosida misollar bajariladi.

Adabiyotlar:

1. Т.Азларов, Ҳ.Мансуров. Математиканализ. 1-қисм. Тошкент «Ўқитувчи», 1986.
2. Г.Н.Берман. Сборник задач по курсу математического анализа. Москва, «Наука», 1985.
3. Я.С.Бугров, С.М.Никольский. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Москва, «Наука», 1980.
4. А.А.Гусак. Высшая математика. 1-том. Минск, 2001.
5. Т.Жўраев, Ҳ.Мансуров ва бошқ. Олий математика асослари. 1-қисм. Тошкент «Ўқитувчи», 1999.

6. И.А.Зайцев. Высшая математика. Москва, «Наука», 1991.
7. Д.В.Клетеник. Сборник задач по аналитической геометрии. Москва, «Наука», 1986.
8. Х.Р.Латипов, Ш.Гаджиев. Аналитик геометрия ва чизиқли алгебра. Тошкент «Ўқитувчи», 1995.
9. В.П.Минорский. Сборник задач по высшей математике. Москва, «Наука», 2000.
10. Н.С.Пискунов. Дифференциал ва интеграл ҳисоб. 1-том, Тошкент, «Ўқитувчи», 1972.
11. Д.Т.Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Часть-1. Москва, «Наука», 2000.
12. Ё.У.Соатов. Олий математика 1-жилд. Тошкент, «Ўқитувчи», 1992й.