ELLIPS VA UNING NUQTALARINING VAZIYATIGA DOIR MUNOSABATLAR

Noriyeva Aziza Jasur qizi
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zMU Jizzax filiali, assistent.
noriyevaaziza@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlardan biri ellips va nuqtalarning ellipsning koordinatalar sistemasiga nisbatan ixtiyoriy vaziyatda joylashuvidagi vaziyatiga doir munosabatlari keltirilgan. Maqoladan analitik geometriya fani o‘qitiladigan ta’lim yo‘nalishi talabalari, professor-o‘qituvchilar hamda qiziquvchi yoshlar foydalanishi mumkin.

Kalit so‘zlar: *Ellips, fokus, masofa, katta o‘q, tengsizlik.*

ABSTRACT

In this article, one of the second-order lines in the plane is an ellipse and the relationship of the points in the position of the ellipse in an arbitrary situation relative to the coordinate system. The article can be used by students, professors and teachers, as well as interested young people, who are studying analytical geometry.

Keywords: *Ellipse, focus, distance, major axis, inequality.*

KIRISH

Ma’lumki, tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlardan biri bu ellips bo‘lib, ellips deb fokuslar deb atalmish tayin ikki nuqtalargacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi berilgan kesma uzunligiga teng bo‘lgan nuqtalar to‘plamiga aytiladi. Berilgan kesma ellipsning katta o‘qi hisoblanib, u fokuslar orasidagi masofadan darhaqiqat katta bo‘ladi. Ellipsning katta o‘qini $2a$, kichik o‘qini $2b$, fokuslarini esa

$F_1(-c;0), F_2(c;0)$ kabi belgilaymiz. Bu yerda $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Ellipsning ixtiyoriy nuqtasiga o‘tkazilgan urinma tenglamasi

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

funksiya urinma tenglamasining hosila yordamida hosil qilinishidan keltirib chiqariladi. (x_0, y_0) – urinish nuqtasining koordinatalaridir.[1]

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Ma’lumiki, ellipsning kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bo‘lib, x, y ellipsga tegishli nuqtalarning koordinatalaridir. Ellipsning fokuslarining koordinalari o‘zgarishidan uning grafigi ham o‘zgarib boradi. Ya’ni ellipsning koordinatalar sistemasidagi joylashuvi asosan fokuslarning joylashuviga bog‘liq. Agar fokuslar koordinata o‘qlarida joylashmasa, uning tenglamasida xy ko‘paytuvchi qatnashadi. Bunda ellipsga doir bir qancha munosabatlar saqlanib qoladi.

NATIJA

Teorema. M nuqta uchun

$$MF_1 + MF_2 < 2a \qquad (1)$$

shart bajarilsa, fokuslari F_1, F_2 nuqtalarda yotuvchi, katta o‘qi $2a$ ga teng bo‘lgan ellipsga nisbatan M nuqta ichki nuqta bo‘ladi.

Isbot. Ma’lumki, ellipsning ichki nuqtalarining koordinatalari uchun

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1 \qquad (2)$$

tengsizlik o‘rinli. Demak, yuqoridagi teoremani isbotlash masalasini (1) tengsizlikdan, (2) ni hosil qilish masalasiga keltirsak bo‘ladi.

$$MF_1 + MF_2 < 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} < 2a$$

Kvadrat ildizlardan birini tengsizlikning chap qismiga olib o‘tamiz va tengsizlikni ikkala qismini kvadratga ko‘taramiz. Bunda albatta tengsizlikni ikkala qismida ham musbat ifodalar bo‘lganligi sababli, ularning kvadratlari uchun ham tengsizlik o‘rinli bo‘ladi:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}^2 < \left(2a-\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

$$x^2+2xc+c^2+y^2 < 4a^2-4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+x^2-2xc+c^2+y^2$$

$$a\sqrt{(x-c)^2+y^2} < a^2-xc$$

Tengsizlikni ikkala qismini yana kvadratga ko‘taramiz:

$$\left(a\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2 < (a^2-xc)^2$$

$$a^2x^2-2a^2xc+a^2c^2+y^2 < a^4-2a^2xc+x^2c^2$$

$c^2=a^2-b^2$ tenglikni hisobga olsak,

$$a^2x^2+a^2(a^2-b^2)+y^2 < a^4+x^2(a^2-b^2)$$

Ifodadagi o‘xshash hadlarni ixchamlab, tengsizlikni ikkala qismi a^2b^2 ga bo‘lib,

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} < 1$$

ga ega bo‘lamiz.

Masala. $M(1;2)$ nuqtaning fokuslari $F_1(0;4)$ va $F_2(1;0)$, katta o‘qi 6 bo‘lgan ellipsga nisbatan vaziyatini aniqlang.

Yechish. Dastlab, MF_1 va MF_2 masofalarni hisoblaymiz:

$$MF_1=\sqrt{(0-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{5}$$

$$MF_2=\sqrt{(1-1)^2+(0-2)^2}=2$$

Demak, berilgan nuqta ellipsning ichki nuqtasi bo‘ladi:

$$\sqrt{5}+2<6$$

ya’ni

$$MF_1+MF_2<2a$$

XULOSA

Tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlardan ko‘plab sohalarda keng foydalaniladi. Uning xossalarini o‘rganish jarayonida talabalar bir muncha masalalarga duch kelishi mumkin. Jumladan, nuqtalarning ellipsga nisbatan ichki, tashqi va ustki vaziyatlarini aniqlashdir. Agar ellips kanonik tenglamasi bilan berilgan bo‘lsa, u holda masala bir muncha sodda ko‘rinishga keladi. Agar ellips umumiy tenglamasi bilan berilgan bo‘lsa u holda nuqtalarning vaziyatini fokuslarning joylashuvi hamda katta o‘qi uzunligi yordamida topiladi.

ADABIYOTLAR

1. S.V.Baxvalov, P.S.Modenov, A.S.Parxomenko. Analitik geometriyadan masalalar to‘plami.Toshkent.2005.

2. Noriyeva A. O‘‘ QUVCHILARNING KREATIVLIK QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISHDA NOSTANDART MISOL VA MASALALARNING AHAMIYATI //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1.

3. Meliyeva Mohira Zafar qizi, & Noriyeva Aziza. (2023). KO‘PHADLARNI HOSILA YORDAMIDA KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISH . *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ*, *20*(3), 117–120. Retrieved from http://newjournal.org/index.php/01/article/view/5708

4. Нориева A. Koshi tengsizligi va uning qiziqarli masalalarga tadbiqlari //Современные инновационные исследования актуальные проблемы и развитие тенденции: решения и перспективы. – 2022. – Т. 1. – №. 1. – С. 361-364.

5. Рабимкул А., Иброҳимов Ж. Б. ў., Пўлатов, БС and Нориева, АЖ қ. 2023. АРГУМЕНТЛАРНИ ГУРУҲЛАРГА АЖРАТИБ БАҲОЛАШ УСУЛИДА КЎП ПАРАМЕТРЛИ НОЧИЗИҚЛИ РЕГРЕССИЯ ТЕНГЛАМАЛАРИНИ ҚУРИШ МАСАЛАЛАРИ //Educational Research in Universal Sciences. – 2023. – Т. 2. – №. 2. – С. 174-178.

6. Abdunazarov R. Issues of effective organization of practical classes and clubs in mathematics in technical universities. Mental Enlightenment Scientific-Methodological Journal. Current Issue: Volume 2022, Issue 3 (2022) Articles.

7. Абдуназаров Р. О. численной решение обратной спектральной задачи для оператора Дирака //Журнал “Вопросы вычислительной и прикладной математики. – №. 95. – С. 10-20.

8. Отакулов С., Мусаев А. О. Применение свойства квазидифференцируемости функций типа минимума и максимума к задаче негладкой оптимизации //Colloquium-journal. – Голопристанський міськрайонний центр зайнятості, 2020. – №. 12 (64). – С. 48-53.

9. Мусаева А. О. Зарубежная система финансирования образовательных учреждений //Наука и новые технологии. – 2011. – №. 10. – С. 75-81.

10. https://openidea.uz/index.php/idea/article/download/1290/1973