

## KOORDINATALAR SISTEMALARIGA OID MASALA

**A.A.Zaitov**

Toshkent arxitektura va qurilish instituti professor

**D.A.Bozorova**

Buxoro davlat universiteti magistratura talabasi

### ANNOTATSIYA

*Yon atrofimizda joylashgan ob'ektlarning, sodir bo'layotgan voqea, hodisalarning bizga nisbatan joylashuvi, vaziyati, fazoviy o'rni haqidagi ma'lumotlar ko'plab talab etiladi. Bu talablarni qondirish maqsadida o'rganilayotgan sirt yoki fazoga **koordinatalar sistemalari** kiritiladi. Dastlab **qutb koordinatalar va sferik koordinatalar sistemalari** keng qo'lanilgan.*

***Kalit so'zlar:** Koordinatalar sistemalari, qutb koordinatalar, sferik koordinatalar sistemalari*

### KIRISH

#### **Koordinatalar sistemalari**

Qutb koordinatalar sistemasida tekislikdagi har bir nuqta ikkita son – qutb radius va qutb burchak – orqali aniqlanadi. Burchak va radius tushunchalari eramizdan avvalgi birinchi ming yillikdayoq ma'lum bo'lgan.

Keyinchalik to'g'ri burchakli **koordinatalar sistemasi** qo'llanila boshlangan. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini Dekart koordinatalar sistemasi ham deyishadi (Rene Dekart – [fransuzcha](#) *René Descartes*, lotincha *Renatus Cartesius* – fransuz matematigi (31.03.1596 – 11.02.1650). U 1637 yilda “Metod haqida mulohaza” asarida koordinatalar sistemasini kiritadi).

Koordinatalar sistemasi kiritilgach, jismlarni tavsiflashning ajoyib usuli – ularni tenglamalar yoki tengsizliklar orqali ifodalash usuli paydo bo‘ldi.

### Dekart koordinatalar sistemasi

Biror to‘g‘ri chiziqda **hisob boshi** (kuzatuv nuqtasi,  $O$  nuqta) **ni** tanlaymiz.  $O$  nuqtadan to‘g‘ri chiziq bo‘ylab ikki tomonga yo‘nalish mumkin. Bu yo‘nalishlardan bittasini musbat yo‘nalish deb olish mumkin. Biz quyidagilarga kelishib olamiz. Agarda hisob boshi tayinlangan to‘g‘ri chiziq:

(x) kuzatuvchining qo‘llari yoyilgan holatiga parallel bo‘lsa, undagi (kuzatuvchiga nisbatan) chapdan o‘ngga yo‘nalishni;

(y) kuzatuvchining nigohiga parallel bo‘lsa, undagi (kuzatuvchiga nisbatan) orqadan oldga yo‘nalishni;

(z) kuzatuvchining tik holatiga parallel bo‘lsa, undagi pastdan tepaga yo‘nalishni **musbat yo‘nalish** deb qabul qilamiz.

Hisob boshi, musbat yo‘nalishi va birlik kesmasi tayinlangan to‘g‘ri chiziq **koordinata o‘qi** deb yuritiladi. Tayinlangan hisob boshi **koordinata boshi** deyiladi. Koordinata o‘qlari odatda  $x$ ,  $y$ ,  $z$  yoki  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  kabi belgilanadi.

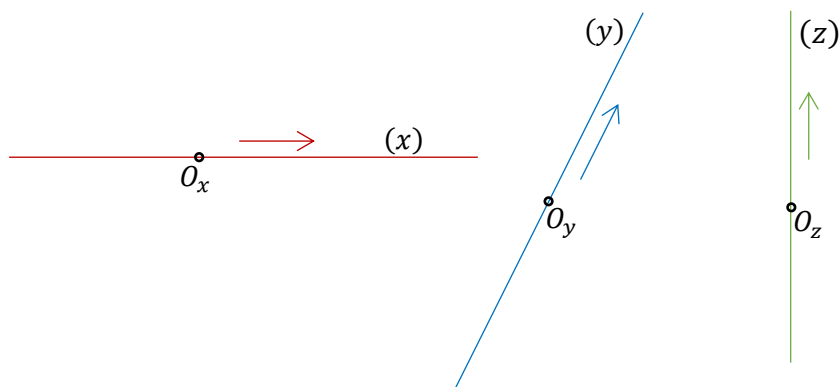
Tekislikda koordinatalar sistemasi quyidagicha kiritiladi.

Ikkita  $Ox$ ,  $Oy$  koordinata o‘qlari shunday kesishsinki,

(P1) ular perpendikulyar bo‘lsin;

(P2) ularning koordinata boshlari ustma-ust tushsin;

(P3)  $Ox$  va  $Oy$  o‘qlarning musbat yo‘nalishlari ustma-ust tushguncha  $Ox$  o‘qini umumiy koordinata boshiga nisbatan eng qisqa burish soat strelkasi harakatiga qarama-qarshi bo‘lsin.



Yo‘nalish kelishib olingach, to‘g‘ri chiziqda birlik kesma ko‘rsatiladi.

Koordinata boshi, musbat yo‘nalishlari va birlik kesmalari tayinlangan,  $(P1)$ ,  $(P2)$ ,  $(P3)$  shartlarni qanoatlantiruvchi tekislik **to‘g‘ri burchakli koordinatalar tekisligi** deyiladi va odatda  $Oxy$  kabi belgilanadi.

Endi fazoda koordinatalar sistemasini kiritamiz. Buning uchun o‘ng qo‘l qoidasini bilish talab etiladi. Kafti gorizontal tutilgan o‘ng qo‘lning bosh barmog‘ini gorizontal kerilgan holatda, ko‘rsatkich barmog‘ini gorizontal yoyilgan holatda, o‘rta barmoq kaftga perpendikulyar tutilgan bo‘lsin. Musbat yo‘nalishlarni bosh barmoq, ko‘rsatkich barmoq va o‘rta barmoqning shu holati bo‘yicha aniqlash **o‘ng qo‘l qoidasi** deyiladi.

Uchta  $Ox$ ,  $Oy$  va  $Oz$  koordinata o‘qlari shunday kesishsinki,

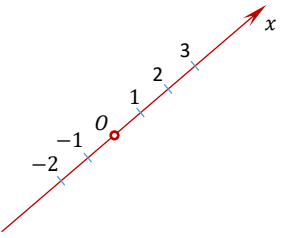
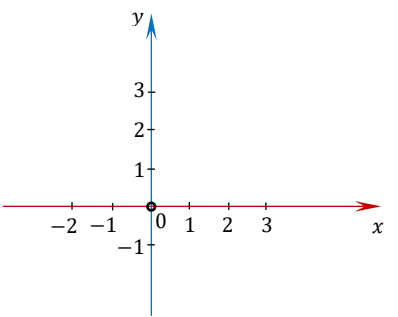
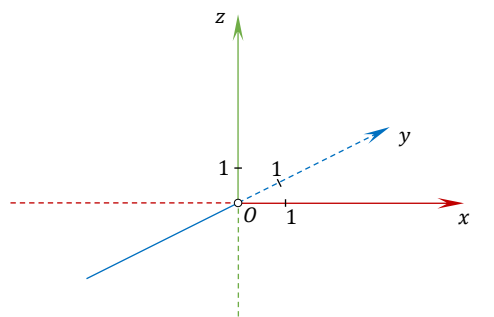
(S1) ular o‘zaro perpendikulyar bo‘lsin;

(S2) ularning koordinata boshlari ustma-ust tushsin;

(S3)  $Ox$ ,  $Oy$  va  $Oz$  o‘qlarning musbat yo‘nalishlari o‘ng qo‘l qoidasi asosida belgilansin. Bunda  $Ox$  o‘qning musbat yo‘nalishi bosh barmoq yo‘nalishi,  $Oy$  o‘qning musbat yo‘nalishi ko‘rsatkich barmoq yo‘nalishi va  $Oz$  o‘qning musbat yo‘nalishi o‘rta barmoq yo‘nalishi bilan bir xil bo‘lishi talab etiladi.

Koordinata boshi, musbat yo‘nalishlari va birlik kesmalari tayinlangan, (S1), (S2), (S3) shartlarni qanoatlantiruvchi fazo **to‘g‘ri burchakli koordinatalar fazosi** deyiladi va odatda  $Oxyz$  kabi belgilanadi.

(P3) shart tekislikda, (S3) shart fazoda **orientatsiyani** aniqlaydi deyishadi.

 <p>Son o‘qi (hisob boshi, musbat yo‘nalish va birlik kesma ko‘rsatilgan to‘g‘ri chiziq)</p>	 <p>Tekislikdagi Dekart koordinatalar sistemasi</p>	 <p>Fazodagi Dekart koordinatalar sistemasi</p>
---	--	---

Demak, **koordinata o'qi** (yoki **son o'qi**) deganda koordinata boshi, birlik kesmasi va musbat yo'nalishi aniqlangan to'g'ri chiziq tushuniladi.

Koordinata boshi, koordinata o'qlari va orientatsiyasi yuqoridagi usulda aniqlangan koordinatalar sistemasi mos ravishda tekislikdagi yoki fazodagi **Dekart koordinatalar sistemasi** deyiladi.

1. Son o'qidagi (umuman olganda har qanday to'g'ri chiziqdagi) har bir nuqtasi bitta va faqat bitta haqiqiy son bilan ifodalanadi. Bu son shu nuqtaning **koordinatasi** deyiladi.

Aytaylik,  $x$  son o'qida  $A$  nuqta berilgan bo'lsin.  $A$  nuqtaga mos sonni  $x_A$  orqali belgilaylik. U holda  $x_A$  son  $A$  nuqtaning koordinatasi bo'ladi. Bu holat  $A(x_A)$  kabi belgilanadi.

Son o'qidagi  $A(x_A)$  va  $B(x_B)$  nuqtalar orasidagi masofa

$$\rho(A, B) = |x_B - x_A|$$

kabi aniqlanadi. Bu masofa  $AB$  orqali ham ifodalanadi:  $AB = |x_B - x_A|$ .

2. *Oxy* Dekart koordinatalari sistemasi kiritilgan tekislik **koordinatalar tekisligi** deb ham yuritiladi. *Oxy* koordinatalar tekisligidagi har bir nuqta ikkita haqiqiy sonlarning tartiblangan jufti orqali yagona usulda (yoki, boshqacha aytganda, o'zaro bir qiymatli) ifodalanadi. Bu sonlarning tartiblangan jufti mazkur nuqtaning **koordinatalari** deyiladi.

*Oxy* koordinatalar tekisligidagi  $A$  nuqta haqiqiy sonlarning tartiblangan  $(x_A, y_A)$  jufti orqali ifodalangan bo'lsin. Bu holda  $(x_A, y_A)$  juftlik  $A$  nuqtaning koordinatalari bo'ladi va  $A(x_A, y_A)$  kabi belgilanadi.  $x_A$  son  $A$  nuqtaning **absissasi**,  $y_A$  son esa  $A$  nuqtaning **ordinatasi** deyiladi.

*Oxy* koordinatalar tekisligida  $A(x_A, y_A)$  va  $B(x_B, y_B)$  nuqtalar orasidagi masofa

$$AB = \rho(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (1.1)$$

formula orqali topiladi.

3. *Oxyz* Dekart koordinatalari sistemasi kiritilgan fazodagi har bir nuqta uchta haqiqiy sonlarning tartiblangan uchligi orqali yagona usulda ifodalanadi. Bu sonlar uchligi mazkur nuqtaning **koordinatalari** deyiladi.

$Oxyz$  koordinatalar tekisligidagi  $A$  nuqta haqiqiy sonlarning tartiblangan  $(x_A, y_A, z_A)$  uchligi orqali ifodalangan bo'lsin. Bu holda tartiblangan  $(x_A, y_A, z_A)$  uchlik  $A$  nuqtaning koordinatalari bo'ladi va  $A(x_A, y_A, z_A)$  kabi belgilanadi.  $x_A$  son  $A$  nuqtaning **abssissasi**,  $y_A$  son  $A$  nuqtaning **ordinatasi**,  $z_A$  son esa  $A$  nuqtaning **applikatasi** deyiladi.

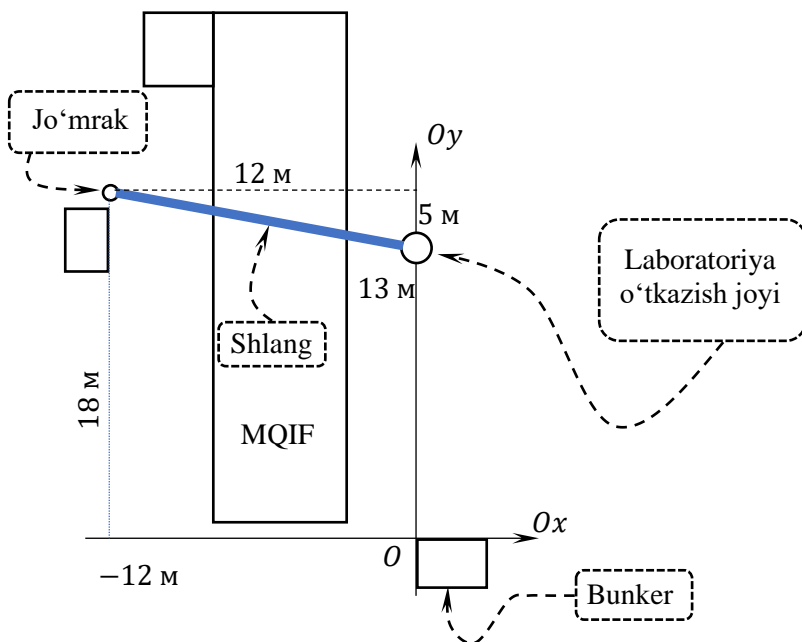
$Oxyz$  koordinatalar tekisligida  $A(x_A, y_A, z_A)$  va  $B(x_B, y_B, z_B)$  nuqtalar orasidagi masofa

$$AB = \rho(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \quad (1.2)$$

formula orqali topiladi.

Ushbu masalani qaraylik.

1. Toshkent arxitektura qurilish instituti Muhandislik qurilish infrastrukturasini fakulteti (MQIF) binosi orqa tomonida laboratoriya ishi o'tkazilishi rejalashtirildi. Laboratoriya o'tkazishda ko'p suv talab etiladi. Suv jo'mragi binoning old tomonida



joylashgan. Shlangni bino derazalari orqali o'tkazishga ruxsat berildi. Laboratoriya o'tkaziladigan joy "Bunker" kanselyariya mollari do'konidan janubga qarab 13 metr masofa bo'lib, suv jo'mragi "Bunker" dan sharqqa 12 metr, janubga 18 metr masofada joylashgan. Talab

etiladigan shlang uzunligini toping.

**Yechish.** MQIF binosi yonida joylashgan "Bunker" kanselyariya mollari do'konini koordinata boshi deb olib, janubga yo'nalgan o'qni  $Oy$  o'q, g'arbga yo'nalgan o'qni  $Ox$  o'q, birlik kesma deb 1 m ni olamiz.

Hosil bo‘lgan Dekart koordinatalar sistemasida jo‘mrak koordinatalari  $J(-12, 18)$ , laboratoriya o‘tkazish joyi koordinatalari  $L(0, 13)$  bo‘ladi.  $JL$  kesma uzunligi topilsa, masala echilgan bo‘ladi.

$$JL = \sqrt{(0 - (-12))^2 + (18 - 13)^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ m.}$$

**Javob:** 13 metr.

**Izoh.** Agar shlang bino atrofi bo‘ylab o‘tkazilsa,  $18 + 12 + 13 = 43 \text{ m}$  shlang talab etilar edi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.A. Zaïtov. *Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Учебное пособие.* – Ташкент: «Zuxra baraka biznes.» – 123 с.
2. A. A. Zaïtov. *Элементы дифференциального исчисления. Учебное пособие.* – Ташкент: изд-во ТГПУ. – 131 с.
3. A. A. Zaitov, A. Ya. Ishmetov. *Matematika 1. O‘quv qo‘llanma.* – Toshkent: “Zuxra baraka biznes” – 225 bet.
4. D. U. Bozarov. (2022). *Determinantlar mavzusini mustaqil oqishga doir misollar. Fizika-matematika fanlari jurnali, 3(1).*
5. A.R.Qutlimurotov. O‘.H.Bozorova. *Geometrik almashtirishlar-Academic research in educational sciences,2(5),1497-1501,2021*
6. Bozarov D. U. *Chiziqli va kvadratik modellashtirish mavzusini mustaqil o‘rganishga doir misollar //Eurasian journal of mathematical theory and computer sciences.* – 2022. – T. 2. – №. 6. – C. 24-28.
7. . <https://t.me/zaamath>
8. <https://in-academy.uz/index.php/EJMTCS/article/view/2606>