

AKSIOMALAR SISTEMASI VA UNI MAKTAB GEOMETRIYA KURSIDA O‘RINLI QO‘LLASH

Xushmurodova Zebiniso Uyg‘un qizi

Nizomiy nomidagi Toshkent Davlat pedagogika Universiteti
“Aniq va tabiiy fanlarni o‘qitish metodikasi
(matematika)” yo‘nalishi 2-bosqich magistranti;

ANNOTATSIYA

Maktab geometriya kursida geometriya o‘qitishda aksiomalar sistemasidan o‘rinli foydalanib, o‘quvchilarga geometriyani yanada soddaroq usulda tushuntirish. Buning uchun albatta o‘quvchilar aksiomalar sistemasini haqida tushunchaga ega bo‘lishlari kerak.

Kalit so‘zlar: Aksioma, metod, ta’rif, teorema, isbot, shakl, aksiomalar sistemasi.

Aksiomalarni o‘qitish metodikasi. Maktab geometriya kursini o‘rganishda aksiomalarni ahamiyati. Maktab darsligiga aksiomalarni kiritishning asosiy maqsadlaridan biri bu isbotlashlarni asoslash uchun bazani tashkil etishdir. Aksiomalarning muvaffaqiyatli tanlangan sistemasini butun kursni samarali va oddiy ko‘rinishini ta’minlashga qaratilgan. Umuman aksiomalar o‘quv kursini ham an’anaviy-sintetik, ham analitik qismlarini bayon etishga mo‘ljallangan.

Yana shuni e’tiborga olish lozimki, aksiomalar sifatida ko‘rgazmali tasavvurdagi va hayotiy tajribalardagi ma’lumotlar tanlanadi. Bunda o‘quvchilar uchun yangilik aksiomalarning mazmuni emas, balki ularni ifoda etadigan aniq va lo‘nda matematik til hisoblanadi. Kursning boshida aksiomalarni keltirilishi oldin ma’lum bo‘lgan bilimlarni sistemalashtirish va ularni yangi bilimlar bilan boyitishni anglatadi. Kurs boshlanganda o‘quvchilar tomonidan butun kursni o‘rganishda zarur bo‘lgan matematik terminologiyani faol o‘zlashtirish jarayoni bo‘lib o‘tadi.

O‘quvchilarni aksiomalar bilan tanishtirish metodikasi.

Dastlab “mavjud o‘quv qo‘llanma o‘quvchilarni aksiomalar bilan tanishtirishning qanaqa metodikasiga mo‘ljallangan?” degan savolga aniqlik kiritib olamiz.

A.B.Pogorelov qo'llanmasida o'ziga xos uslubiy yondashuvdan foydalanilgan. Dastlab "aksioma", "teorema", "isbotlash" kabi so'zlar hatto ishlatilmaydi, ularning o'rniga "asosiy xossalar", "xossalar", "tushunchalar" kabi jumlar ishlatiladi. "Ta'rifni ayting" ifodasi o'rniga "qanday figura aytiladi" ifodasi ishlatiladi. "Aksioma", "teorema", "isbot" terminlari kiritiladi va birinchi paragraph oxirida ya'ni o'quvchilar isbotlashda ayrim aksiomalarni qo'llash malakasiga ega bo'lganlaridan so'ng tushuntiriladi. Natijada norasmiy ravishda aksiomalarni kiritish boshlanadi, ularni rolini tushuntirish bir muncha aniq va asoslangan bo'ladi. O'quvchilarga bu jumalarni o'qish topshirig'ini berish maqsadga muvofiqdir. Bunda aksiomalarni kiritishning quyidagi metodik sxemasidan foydalaniladi: 1)ko'rgazmali asosda aksiomani kiritish; 2) aksiomani shakllantirish; 3)aksiomani shakllantirishning mantiqiy tahlilini bajarish; 4)matematik diktant o'tkazish.

Dastlabki tushunchalarni kiritish haqida. Ayrim matematik tushunchalar mavhum ekanligini e'tiborga olish zarur (maktab geometriya kursida bunday tushunchalar ko'plab uchraydi). Bunday tushunchalar sifatida "nuqta", "to'g'ri chiziq", "nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli", "B nuqta A va C nuqtalar orasida yotadi", "yarim tekislik", "kesma uzunligi", "burchak o'lchovi", "berilgan o'lchamdagi kesmani ajrating"lar keltiriladi. Mavhum tushunchalar xossalari aksiomalar orqali ifodalanadi. Qolgan barcha tushunchalar aniqlanadigan tushunchalardir. Bunday tushunchalarga misol sifatida: "kesma", "burchak", "yoyiq burchak", "nur burchak tomonlari orasidan o'tadi", "uchburchak", "uchburchak burchagi", "teng burchaklar", "parallel to'g'ri chiziqlar" va boshqalarni keltirish mumkin.

Quyida aksiomatik sistema va unga qo'yiladigan talablar bilan tanishamiz.

Aksiomalar sistemasiga qo'yiladigan talablar.

Geometriya asoslari matematikaning bir qismi bo'lib, unda geometriyaning asosiy tushunchalari, aksiomalari va umuman geometrik sistemaning deduktiv tarzda qurulish, shuning bilan birga aksiomalar orasidagi munosabatlar o'rganiladi. Bu g'oyalar mohiyatini tushunish va ularning yuzaga kelish sabablarini fahmlash uchun qisqacha bo'lsada, tarixga nazar tashlash zarur.

Matematikada aksiomatik (deduktiv) metodning yaratilishiga grek olimlaridan Pifagor, Aristotel, Platon, Evklid ilk qadam qo‘yganlar. Bu borada ayniqsa Evklidning (eramizdan avvalgi 340–287 y.y.) xizmati ko‘pdir. Evklid “Negizlar” (“Asoslar”) deb atalgan asarida geometriyani mantiqiy jihatdan mukammal asoslash maqsadida avval ta’riflar keltirib, keyin aksiomalar, postulotlar sistemasini qabul qildi. Shu asosda u o‘z zamonasi talablariga to‘la–to‘kis javob beradigan geometriya “binosini” qurishga erishdi.

Aksiometrik metodning mohiyatini tushunish maqsadida maktabda o‘rganiladigan geometriya kursiga murojaat qilaylik. Unda bir qancha teoremlar isbotlangan bo‘lib, isbotlangan har bir teorema o‘zidan oldin kelgan teoremlarga asoslanadi, shu yo‘sinda ish ko‘rishda isbotsiz qabul qilinishi zarur bo‘lgan ibora (jumla)lar va tushunchalarga duch kelamiz: natijada ta’rifsiz qabul qilingan obyektlar (masalan, nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislik, masofa tushunchalari), ularni bog‘lovchi nisbatlar (masalan, nuqtaning to‘g‘ri chiziqda yotishi, burchaklarning teng (kongruent)ligi vujudga keladi.

Asosiy obyektlar, ularni bog‘lovchi nisbatlar va tegishli aksiomalar sistemasini tanlab olish muhim masaladir. Aksiomatik metod asosida muhokama yurutishni qisqaroq qilib quyidagicha aytish mumkin:

Avvalo ta’riflanmaydigan asosiy obyektlar tanlab olinadi;

Keyin ularni o‘zaro bog‘lovchi asosiy munosabatlar – aksiomalar tanlab olinadi;

Shu aksiomalar asosida mantiq(logika) qoidalariga asoslangan holda yangi–yangi jumlar(teoremlar) isbotlanadi.

Qabul qilinadigan aksiomalar sistemasi quyidagi talablarga javob berishi kerak:

Aksiomalar sistemasi zidsiz bo‘lishi kerak, ya’ni mantiq qonunlari asosida aksiomalar sistemasidan bir–birini inkor etuvchi ikkita jumla kelib chiqmaydigan bo‘lsin;

Aksiomalar sistemasi erkin bo‘lishi kerak, ya’ni aksiomalar sistemasida ishtirok etadigan har bir aksioma qolgan aksiomalarning mantiqiy xulosasi bo‘lmasligi kerak;

Aksiomalar sistemasi to‘liq bo‘lishi kerak.

Ta’rif. Ma’lum obyektlarning biror to‘plami aniqlangan bo‘lib, shu to‘plam elementlari orasida asosiy munosabat saqlanib, unda aksiomalarning barcha shartlari bajarilsa, bu aksiomalar sistemasining modeli qurilgan deyiladi.

Aksiomalar sistemasining zidsizligi shu sistema modelining tanlab olinishi bilan ham qilinadi. Agar tekshiriladigan aksiomalar biror usul bilan modelda bajarilsa va bu model obyektlarning tabiatida zidlikning yo‘qligiga ishonch hosil qilinsa, u holda bu aksiomalardan bir–birini mantiqan inkor etadigan ikkita jumla kelib chiqmasligi, ya’ni bitta fakti ham tasdiqlab, ham inkor etib bo‘lmasligi ma’lum bo‘ladi.

Ta’rif. Zidsiz aksiomalar sistemasidagi har bir aksioma shu sistemadagi qolgan barcha aksiomalarning mantiqiy xulosasi bo‘lmasa, bunday aksiomalar sistemasi erkin sistema deb ataladi.

Bundan ko‘rinadiki, aksiomalar sistemasining erkin bo‘lish talabi har bir aksiomaning qolgan aksiomalarning xulosasi(natijasi) emasligini tekshirish bilan isbotlanadi. Bu masala quyidagicha hal qilinadi.

Aksiomalarning zidsiz A_1, A_2, \dots, A_n sistemasiga qarashli, masalan, A_n aksiomaning erkin ekanligini ko‘rsatish uchun bu sistemadan A_n ni chiqarib tashlab, uning o‘rniga $\overline{A_n}$ aksioma, ya’ni A_n ning mazmunini inlor etuvchi jumla–iborani kiritib, aksiomalarning yangi sistemasini hosil qilish va uning zidsizligini isbotlash kerak. Haqiqatdan ham, agar A_n aksioma $A_1, A_2, \dots, \overline{A_n}$ aksiomalarning natijasi bo‘lib chiqadi. Bu esa avvalgi sistemasining zidligini bildiradi.

Aksiomalar sistemasidagi biror aksiomaning erkinligi, ya’ni uning mustaqil aksioma ekanligini bu sistemadagi aksiomalar sonini kamaytirish mumkin emasligidan darak beradi.

Aksiomalar sistemasining erkinligini tekshirish har bir aksiomaning erkinligi alohida tekshirilmaydi, lekin ba’zi aksiomalarga nisbatan erkinlik talabi tekshiriladi.

Aksiomalar sistemasining to‘liqligining mazmuni shundan iboratki, yangi aksiomalar qo‘shmasdan turib, shu nazariyaga taaluqli har bir davoning shu sistemaga tayangan holda o‘rinliligini yoki inkorini aytish mumkin bo‘lsin. Bu talabning amalga

oshirilishi odatda sistema uchun qurilgan ikki model orasidagi izomorfizm deb ataladigan tushunchaga asoslanadi.

Ta'rif. Aksiomalar sistemasining ikki E, E' modelining asosiy obykti (nuqta, to'g'ri chiziq, tekisliklar) orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lib, bu moslikda elementlar, ikkala modelda ham bir xil nisbatda bo'lsa, ya'ni $AEE \rightarrow A'EE'$ bo'lsa, bu ikki model izomorf deyiladi.

Ta'rif. Aksiomalar sistemasiga taaluqli istalgan jumlaning to'g'ri yoki noto'g'ri ekanini aniqlash mumkin bo'lsa, aksiomalarning bu sistemasi to'liq(mukammal) deb ataladi.

Aksiomalarning zidsiz Σ sistemasi berilgan bo'lsin, shu sistema asosida qurilgan nazariyaning barcha jumllarini uch sinfga ajratish mumkin:

Σ va undan mantiqan kelib chiqqan natijalar yordamida isbotlash mumkin bo'lgan jumladir.

Σ va undan mantiqan kelib chiqqan natijalar yordamida inkor etish mumkin bo'lgan jumlar.

Σ va undan mantiqan kelib chiqqan natijalar yordamida isbot ham qilib bo'lmaydigan, inkor ham qilib bo'lmaydigan jumlar.

Demak, Σ ning biror modeli qurilgan bo'lsa, I sinfga kiruvchi barcha jumlar shu modelda o'rinli bo'ladi. II sinfga kiruvchi barcha jumlar shu modelda o'rinli bo'lmaydi, nihoyat, III sinfga kiruvchi jumlar shu modelda o'rinli bo'ladi, Σ ning boshqa shunday modeli mavjud bo'lishi mumkinki, unda bu jumlar o'rinli bo'lmaydi. Bundan ko'rinadiki, Σ ning istalgan ikki modeli o'zaro izomorf bo'lsa, aksiomalarning bunday sistemasi to'liq bo'ladi. Buning ma'nosi shundan iboratki, aksiomalarning to'liq sistemasi uchun turli modellar faqat o'zining asosiy obyekt (element)larga beriladigan konkret mazmuni bilan farq qiladi, mantiqiy jihatdan ular bir xildir.

Demak, aksiomalarning biror sistemasining to'liqligini isbotlash uchun uning kamida ikkita modelini olib, ularning o'zaro izomorfligini ko'rsatish kifoya.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Dadajonov N.D, Yunusmetov R, Abdullayev T. *Geometruxya II qism* . T.: "O'qituvchi", 1988 yil, 176 b.
2. Dadajonov N.D, Yunusmetov R, Abdullayev T. *Geometruxya II qism* . T.: "O'qituvchi", 1988 yil, 176 b.
3. Kutuzov B.V. *Lobachevskiy geometriyasi va geometriya asoslari elementlari*. T.: O'z.Dav o'quv-ped.mashriyoti, 1960, 148 b.